

國立成功大學
機械工程學系
碩士論文

複雜工程系統的循序暫緩設計方法

Iterative Suspension and Solution Strategy for Complex
Multidisciplinary Engineering Design

研究生：張勝昌
指導教授：詹魁元 博士

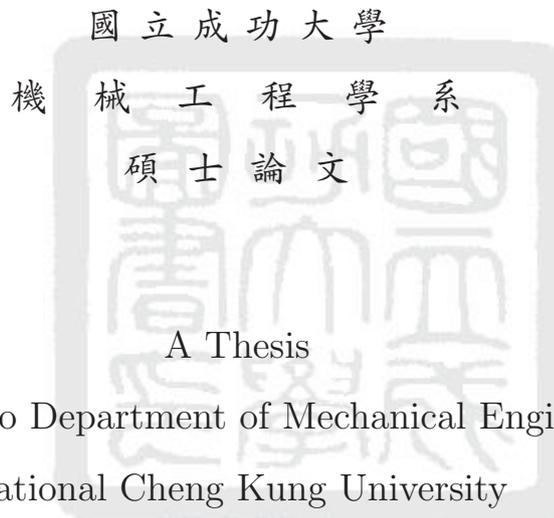
中華民國一百年七月

複雜工程系統的循序暫緩設計方法

Iterative Suspension and Solution Strategy for Complex
Multidisciplinary Engineering Design

研究生：張勝昌
指導教授：詹魁元 博士

Student: Sheng-Chang Chang
Advisor: Dr. K.-Y. Chan



A Thesis

Submitted to Department of Mechanical Engineering
National Cheng Kung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Dept. of Mech. Eng.

July 2011

Tainan, Taiwan

中華民國一百年七月

國立成功大學

碩士論文

複雜工程系統的循序暫緩設計方法
Iterative Suspension and Solution
Strategy for Complex Multidisciplinary
Engineering Design

研究生：張勝昌

本論文業經審查及口試合格特此證明

論文考試委員：

瞿志行

陳家豪

許魁元

指導教授：

許魁元

系(所)主管：

林文忠

中華民國 100 年 7 月 13 日

複雜工程系統的循序暫緩設計方法

學生：張勝昌

指導教授：詹魁元 博士

國立成功大學機械工程學系

摘 要

大尺度複雜系統的設計問題由於整體系統複雜性以及子系統間的耦合，長久以來是一個具有挑戰性的問題，在過往文獻中，針對複雜系統之設計方法主要有兩種：協同最佳化方法(Collaborative Optimization, CO)以及解析目標傳遞法(Analytical Target Cascading, ATC)，此兩種方法皆是利用系統化的拆解方式，將複雜系統拆解成較小的子系統進行求解，在求解過程中，藉由各子系統的協調，可以達到與未拆解前系統的相同最佳值。倘若將焦點轉移至複雜系統之拆解方式，將階層狀架構配合不同的拆解方式並探討其複雜系統的收斂性，我們發現不同的架構對於收斂性也有著不同影響，因此本文旨在針對階層狀架構配合ATC策略發展出一循序暫緩設計方法，嘗試以適當修改架構來解決複雜系統設計問題。在本設計方法的每次迭代計算中，我們利用改良全域敏感度矩陣計算出各子系統間的耦合強度，當子系統擁有較小的耦合強度時，便將其暫時移除並更新架構，同時在下次迭代計算時以新架構進行求解，直到架構再度更新。此外，為進一步減少計算成本，我們也加入active-set策略—只針對最佳值有貢獻之拘束條件進行計算。本設計方法是經由下列方式來改善計算成本：(i)避免某些結構在數值運算上求解困難；(ii)根據每次迭代結果，可將較不重要的子系統去耦合(移除)，只留下重要的子系統進行計算；(iii)並同時針對單一子系統的計算加以化簡。本論文最後將以一個數學範例、一個固定架設計範例與一個簡易汽車設計範例來展示此設計方法的有效性和效率，並與現有複雜系統最佳化設計方法—解析目標傳遞法中的增廣拉格朗日策略(ATC-AL)做一比較。

Iterative Suspension and Solution Strategy for Complex Multidisciplinary Engineering Design

Student: Sheng-Chang Chang

Advisor: Dr. K.-Y. Chan

Department of Mechanical Engineering
National Cheng Kung University

ABSTRACT

Design problems for large-scale systems are challenging to solve due to their overall complexity and the coupling between each subsystems. Methods in the literature, such as collaborative optimization and analytical target cascading (ATC), systematically resolve the problem of large-scale systems by decomposing them into smaller subsystems. By deliberately coordinating between them, these subsystems could reach the same optimum as they were undecomposed. In this work we investigate the impact of hierarchical structure on the convergence of a large-scale system with a dynamic decomposition schemes via ATC. It is found that the impacts of problem structures are major. Therefore we combine the optimal decomposition with ATC to form an iterative suspension and solution strategy. In this strategy, the coupling strengths between subsystems are calculated at each design iteration using modified global sensitivity equations. Subsystems with small coupling strengths are tentatively removed (suspended) and the resulting structure re-evaluated. To further reduce the computation cost, active-set concepts are implemented such that only constraints contributing to the optimum are considered. This new strategy can improve computation cost in several ways : (i) it avoids structures that are numerically difficult to solve; (ii) it results in a decoupling scenario with only ‘important’ subsystems; (iii) it uses minimal efforts in solving a subsystem. The effectiveness and the efficiency of the proposed method is compared with ATC using augmented Lagrangian via a numerical example and an optimal structural design case study.

誌 謝

本論文的完成，首先要感謝我的指導教授—詹魁元老師，老師從學生為專題生之時便給予許多研究上的啟發，並於碩士的兩年生涯中，不僅於研究上，同時於生活態度上，都耐心的給予學生許多寶貴的意見與啟發。讓學生從專題生時期自碩士畢業的這些年來成長不少並且受益匪淺，老師的諄諄教誨學生將銘記於心。

同時，也要感謝口試委員—瞿教授志行與陳教授家豪給予本研究以及論文許多指導與建議，使得本研究論文之內容可以臻於完善。

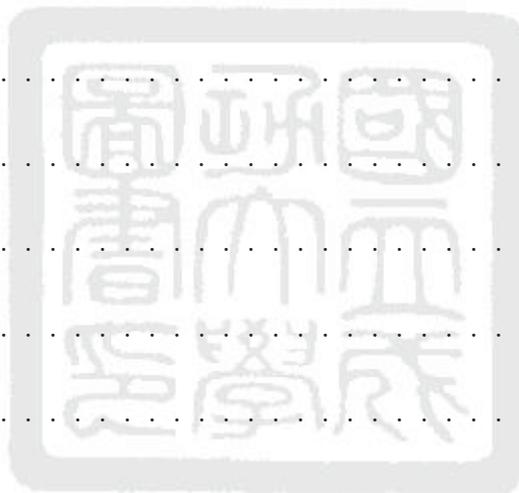
於專題生至碩士的這些日子，特別要感謝“系統最佳化實驗室”的同仁們。感謝已畢業的學長姊們：岱璟、智豪、東信、彥智、凱勛、昱達、琇雯、淳民，於研究和生活上給予我許多幫助與建議；感謝子頓學長在研究上給予眾多幫助；感謝同屆戰友：季儒、佳豪，在兩年來一起度過許多研究上和生活上大大小小的情況，我們終於畢業啦；感謝學弟妹們：彬儀、伊倩、力豪、祐伸、佑安、嘉珮、侑君、東泰、典運、庭玉，帶給實驗室許多歡樂的氣氛、分享生活的精采點滴，還有小多多，要好好長大啊。謝謝你們一起陪伴我度過這些年的研究生涯中的各種時刻，使得我留下美好的回憶。

感謝成大機械98乙的同學們，在大學畢業後還是互相給予幫助與鼓勵，也一起經歷生活的歡樂時光，感謝聖人、小巨人、老人、熊貓、鳳梨、羊尾、琪琪、雨欣等，我們終於克服碩士的研究生涯啦。感謝台南—這塊美麗的土地與親切可愛的人們，帶給我大學至研究所整整四分之一的人生光陰中珍貴且精采的美好回憶，我會再回來的。

最後要感謝我的家人，感謝你們從小給予的栽培與支持，並且提供給我無虞的生活環境，可以讓我專注於課業之中，無需為生活的煩雜事務操心，深深感謝，本論文僅獻於我最親愛的你們。

目 錄

書名頁	i
論文口試委員審定書	ii
中文摘要	iii
英文摘要	iv
誌謝	v
目錄	vi
圖目錄	ix
表目錄	xii
符號說明	xiii
第一章、緒論	1
1.1 前言	1
1.2 研究動機與目的	2
1.3 本文架構	4
第二章、研究背景與文獻回顧	5
2.1 複雜系統整合與設計	5
2.1.1 解析目標傳遞法	5
2.1.2 系統架構與演算流程	6
2.1.3 解析目標傳遞法數學模型	8
2.1.4 解析目標傳遞法策略發展	12
2.2 耦合強度	18



2.2.1	基於全域敏感度分析之耦合強度	18
2.2.2	基於改良全域敏感度分析之耦合強度	20
2.2.3	控制與設計雙系統之耦合強度	23
2.3	現行之暫緩設計策略	23
2.3.1	基於耦合強度之暫緩策略	23
2.3.2	基於連續線性近似演算法之暫緩策略	25
2.4	現行文獻待解決之困難	26
第三章、研究方法		27
3.1	整體系統設計策略	28
3.2	子系統架構之暫緩策略	30
3.2.1	耦合強度	30
3.2.2	暫緩策略	32
3.3	子系統最佳化模型之active-set策略	34
3.3.1	拘束條件之移除	34
3.3.2	拘束條件之重置	35
3.3.3	active-set策略之執行	35
3.4	設計策略總結	36
第四章、數學與工程範例		39
4.1	簡化幾何規劃數學範例	39
4.1.1	問題描述與模型建構	39
4.1.2	結果與討論	41
4.2	固定架設計工程範例	43

4.2.1	問題描述與模型建構	43
4.2.2	結果與討論	48
第五章	考量美學設計之簡易車輛系統設計	51
5.1	系統簡介	52
5.1.1	車體美學次系統	52
5.1.2	車輛空氣動力學次系統	56
5.1.3	車體防撞性次系統	58
5.1.4	車輛操控穩定性次系統	61
5.2	子系統整合與最佳化模型	65
5.2.1	子系統模型修正	66
5.2.2	子系統參數與變數設定	67
5.3	結果與討論	68
第六章	研究貢獻與未來方向	74
6.1	研究貢獻	74
6.2	未來研究方向與建議	75
參考文獻		78
自傳		82

圖 目 錄

1.1	車輛系統示意圖	1
1.2	車輛系統拆解示意圖	2
1.3	常用架構示意圖	3
2.1	階層狀架構示意圖	7
2.2	單一子系統資訊流示意圖	8
2.3	階層狀架構資訊流示意圖	9
2.4	三層系統模型架構及資訊流	10
2.5	連結變數傳遞範例示意圖	12
2.6	非階層式複雜系統之交互作用示意圖	19
2.7	兩子系統之交互作用示意圖	20
2.8	Kirsch協調模型示意圖	24
3.1	策略流程概念圖	27
3.2	解析目標傳遞法收斂速度之比較圖	28
3.3	子系統“暫時移除”示意圖	33
3.4	active-set策略示意圖—拘束條件移除狀態	35
3.5	active-set策略示意圖—拘束條件加入狀態	36
3.6	系統架構變化圖	36
3.7	設計策略流程圖	38
4.1	簡化幾何規劃範例—拆解系統架構圖	40

4.2	簡化幾何規劃範例-資訊流一致性狀態歷程圖, $c=0.2$	41
4.3	簡化幾何規劃範例-子系統移除歷程圖, $c=0.2$	42
4.4	簡化幾何規劃範例-子系統移除歷程圖, $c=0.8$	42
4.5	資訊落差情況示意圖	43
4.6	固定架設計範例-結構示意圖	44
4.7	固定架設計範例-系統拆解圖	47
4.8	固定架設計範例-子系統移除歷程圖, $c=0.4$	49
4.9	固定架設計範例-子系統移除歷程圖, $c=0.5$	49
4.10	固定架設計範例-子系統移除歷程圖, $c=0.6$	49
5.1	簡易車輛系統設計架構示意圖	51
5.2	車輛外型參數量化示意圖	52
5.3	車輛引擎蓋以貝茲曲線示意圖	57
5.4	CFD軟體求解流程圖	57
5.5	車架詳細參數化模型示意圖	58
5.6	車架種類示意圖	59
5.7	車架參數化模型示意圖	59
5.8	車架有限元素模型示意圖	60
5.9	車輛二維平面運動模型	63
5.10	車輛轉向特性	64
5.11	系統座標示意圖	65
5.12	車輛系統資訊傳遞示意圖	67

5.13 車輛系統設計範例-原始車體外型	69
5.14 單一車輛系統設計-外型結果	69
5.15 車輛系統設計範例-子系統移除歷程圖, $c=0.1$	71
5.16 車輛系統設計範例-子系統移除歷程圖, $c=0.3$	71
5.17 車輛系統設計範例-子系統移除歷程圖, $c=0.5$	71
5.18 車輛系統設計範例-最佳車體外型	72
5.19 車輛系統設計範例-車體外型比較圖	73



表 目 錄

2.1	解析目標傳遞法策略比較表	18
4.1	簡化幾何規劃範例-結果比較表	43
4.2	固定架設計範例-參數表	45
4.3	固定架設計範例-結果比較表	50
5.1	車輛特徵參數外型誤差表	54
5.2	十一種比例關係表	55
5.3	車架模型變數表	60
5.4	車輛操控穩定性系統數學符號表	62
5.5	單一車輛系統設計-結果比較表	69
5.6	車輛系統設計範例-結果比較表	72



符 號 說 明

$\ \cdot\ _r$	歐幾里德範數(Euclidean norm)
\circ	兩個向量逐項相乘
∇f	目標函數 f 的梯度
∇g	拘束條件 g 的梯度
Γ	耦合強度
$\Gamma_{(i+1)k}^{ij}$	子系統 P_{ij} 與子系統 $P_{(i+1)k}$ 的耦合強度
c	移除參數
C_{ij}	與子系統 P_{ij} 相連的下層子系統
f	目標函數
g	不等式拘束條件
h	等式拘束條件
i	解析目標傳遞法的總迭代迴圈數
i_c	子系統之間的資訊一致性結果
I	解析目標傳遞法的更新參數之外迴圈數
\mathcal{K}	最佳化模型的KKT條件函數
\mathcal{K}_{ij}	子系統 P_{ij} 最佳化模型的KKT條件函數
P_{ij}	多階層狀架構中第 i 層，第 j 個的子系統
\mathbf{R}	子系統之間的響應變數
\mathbf{R}_{ij}^i	子系統 P_{ij} 向上傳遞至上層子系統之響應變數
\mathbf{R}_{ij}^{i-1}	上層子系統向下傳遞至子系統 P_{ij} 之響應變數



$\mathbf{R}_{(i+1)k}^i$	子系統 P_{ij} 向下傳遞至下層子系統之響應變數
$\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i+1}$	下層子系統向上傳遞至子系統 P_{ij} 之響應變數
S_{ij}	變數選擇矩陣
\mathbf{v}	拉格朗日乘子
\mathbf{v}^R	響應變數所對應的拉格朗日乘子
\mathbf{v}^y	連結變數所對應的拉格朗日乘子
\mathbf{w}	權重係數
\mathbf{w}^R	響應變數誤差所對應的權重係數
\mathbf{w}^y	連結變數誤差所對應的權重係數
\mathbf{x}	設計變數
\mathbf{x}_{ij}	區域變數
\mathbf{y}	子系統之間的連結變數
\mathbf{y}_{ij}^i	子系統 P_{ij} 向上傳遞至上層子系統之連結變數
\mathbf{y}_{ij}^{i-1}	上層子系統向下傳遞至子系統 P_{ij} 之連結變數
$\mathbf{y}_{(i+1)k}^i$	子系統 P_{ij} 向下傳遞至下層子系統之連結變數
$\mathbf{y}_{(i+1)k}^{i+1}$	下層子系統向上傳遞至子系統 P_{ij} 之連結變數

第一章 緒論

1.1 前言

設計是對於一項事物的計畫 [1]。從事計畫必須先了解目標，才能達到最佳的效果，因此對於設計過程來說，我們必須了解其欲設計事物之特性，並且根據特性作其妥善安排，使計畫能達成指定的目標，同樣地，對於工程中的系統設計來說，工程師必須了解欲設計的系統之概念、佈局、元件組成與機構設置等系統特性，並且了解這些特性，同時加以妥善運用使工程系統能達成預定的目標。

許多在工程上的系統設計為整合型的問題，此類型的問題通常是一個由許多互相連結的元件或子系統所組成的設計問題，並且可能需要特定分析軟體，或者存在大量變數、拘束條件或極度複雜的數學式之類的情況，通常擁有此特性的問題我們通稱為複雜系統設計問題(complex system)或亦稱為大尺度系統設計問題(large-scale system)。譬如車輛的設計就是屬於此類型問題，其中包含了引擎動力、車體結構、操控方便性與其他元件等眾多系統設計與零件設計，同時必須考量成本、車輛安全性或是環保議題等各種限制，如圖1.1，如何將各種設計與限制整合在一起，並且處理整體系統的設計結果這種龐大問題便是近代工程主要解決的問題。

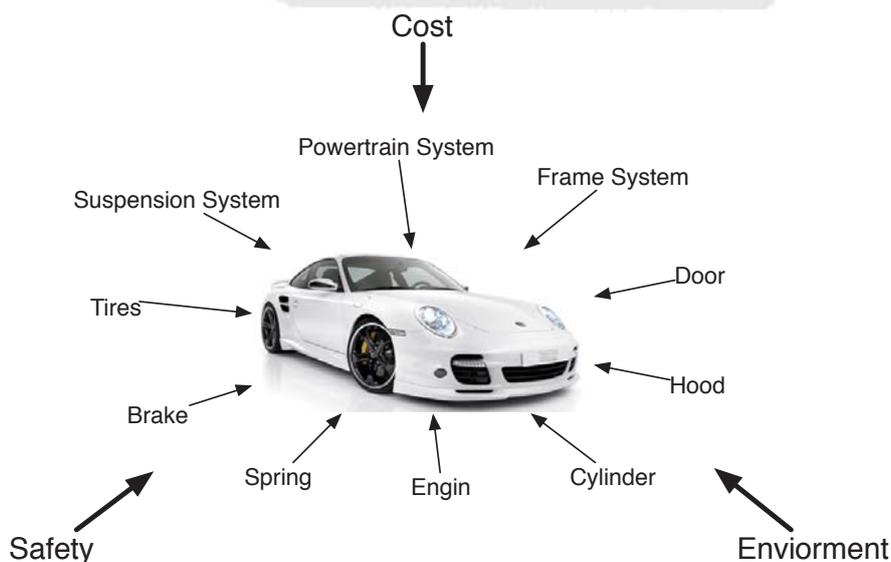


圖 1.1: 車輛系統示意圖

然而，複雜系統往往無法找到一個可以代表其系統特性單一模型來求解整個系統的行為，即使存在這樣的一個模型，龐大的運算量卻是一道難以跨越的高牆，使得工程師無法順利使用該模型，來求解複雜系統的設計。因此，目前工程師在面臨複雜系統的設計問題時，通常是退而求其次，將原先單一複雜系統拆解成多個子系統，而原先單一複雜系統的設計則近似成多個子系統的設計整合，由於經過拆解後的子系統不論是在運算量、非線性程度或是設計維度都相較於原先單一系統簡化許多複雜度，因此可以提高求解的可能性。例如，一車輛設計通常我們不可能將車輛的外型、結構、性能等欲設計的目標利用一套數學方程式或軟體去求解出一組設計值，而是，將車輛分解成多個系統，例如，動力系統、懸吊系統、傳動系統與其他元件等子系統，如圖1.2所示，根據拆解後的結果，將各子系統個別進行求解得到適當的設計，再將這些系統的設計整合起來並近似成整體系統的設計。

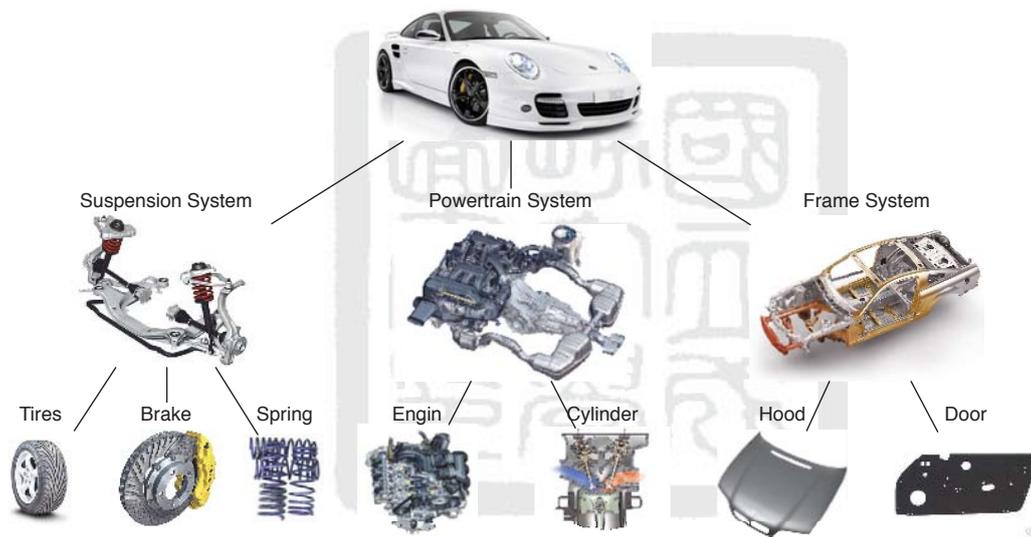


圖 1.2: 車輛系統拆解示意圖

雖然求解複雜系統的設計，可以利用系統拆解的方式來提高複雜系統求解的可能性，但是對於工程界來說，複雜系統的設計是與時間賽跑的競賽，一分一秒都是成本，因此，對於複雜系統設計方式是否能提供更好的效率作法，是相當重要的。例如，我們雖然知道複雜系統可經由拆解方式降低求解困難度，可是系統拆解方式、拆解後子系統之間的溝通方式以及子系統設計的整合方式等仍有許多待克服的問題。

1.2 研究動機與目的

目前複雜系統的設計方式，主要是利用拆解方法拆成多個子系統，並將各子系統組成一

架構，例如階層狀架構或非階層狀架構，如圖1.3所示，透過架構，子系統可以彼此進行溝通，進而設計出近似整體系統的結果。然而在求解過程中，子系統所組成架構並不會進行變更，也就是存在於架構中的子系統都必須進行運算，然而當其中一個子系統已經完成運算並且達成其目標，礙於架構的限制，此子系統仍必須再次進行運算，如此一來，整體計算量增加，不論對於金錢成本或是時間成本都是一大負擔。

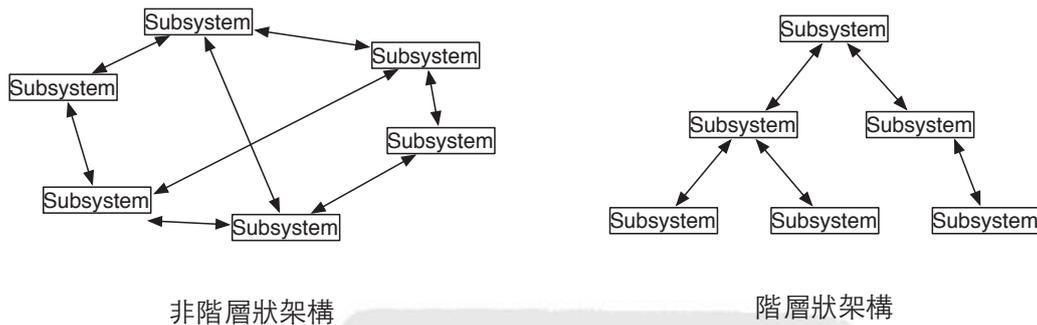


圖 1.3: 常用架構示意圖

另外在拆解方式上，系統拆解通常是根據自然法則或者是相關領域的關係來處理。然而，有可能因為拆解過程的資訊不夠充足而拆解出一個不適當的架構，導致在運用上會得到較差的效率，甚至是得到一組不正確的答案的情形，因此根據這種情況，拆解複雜系統往往在設計初期就需耗費較多時間在此上面，以免造成後續設計的錯誤而損失更多成本。

針對複雜系統的設計流程，經過上述討論後，我們發現仍有部分問題可待解決，故本論文將以此作為主要目的，其目的如下：

- 研究複雜系統架構中各子系統的交互關係，用以改進複雜系統設計流程中整體系統的拆解方式以及各子系統的連結方式。
- 將改進後的系統連結與拆解方式，延伸出針對複雜系統設計之改良方法。
- 將所提出的改良方法整合至現有複雜系統設計方法中，用以現今計算成本過高的複雜系統設計。
- 提供設計者於系統初期設計階段所能使用的複雜系統設計改良方法，用以獲得系統設計的初步結果。

1.3 本文架構

本論文一共分為六章。以下簡介各章的基本架構：

- 第一章：緒論
介紹本研究的前言、動機以及目的。
- 第二章：研究背景與文獻回顧
介紹研究的相關背景之文獻探討，包含複雜系統整合與設計方法，耦合強度相關研究文獻以及系統移除策略等並作逐一介紹。
- 第三章：研究方法
闡述本研究之主要方法，分別有整體系統設計策略、子系統架構之暫緩策略以及子系統最佳化模型之active-set策略。
- 第四章：範例演示
將第三章所提出的設計方法運用至一數學範例以及一簡易工程範例，並且以現有複雜系統設計方法—解析目標傳遞法中的增廣拉格朗日策略(ATC-AL)做一比較。
- 第五章：考量美學設計之簡化車輛系統設計
介紹一個汽車簡化設計之系統，其中考量到美學、空氣動力學、防撞性以及操控性等四大系統，並且利用上述方法將其整合以求出一適當設計。
- 第六章：研究貢獻與未來方向
總結本研究的内容，並列出本研究之貢獻以及未來可以發展之方向與建議。

第二章 研究背景與文獻回顧

2.1 複雜系統整合與設計

目前在複雜系統領域當中，除了單層多領域最佳設計方法，例如：可行多領域方程式(Multidisciplinary Feasible Formulation, MDF)與可行獨立領域方程式(Individual Disciplinary Feasible Formulation, IDF) [2]外，另一方式是利用系統化拆解，將整體系統分為多個次系統。處理複雜系統設計最佳化問題主要有兩種：其一為從航太工程所發展出來，由Braun等人於1996年所提出的協同最佳化方法(Collaborative Optimization, CO) [3]，另一方法為從汽車工業所發展出來，由Michelena等人於1999年所提出的解析目標傳遞法(Analytical Target Cascading, ATC) [4,5]。此兩種方法基本概念是將整個系統將拆解成許多較整體系統簡單的子系統，透過子系統之間的資訊交流，進而求解出整體系統的最佳解，而兩種方法最大的不同點在於系統拆解完後所組成的架構以及所傳遞的資訊。由於Michelena等人於2003年提出解析目標傳遞法的收斂證明 [6]，因此本論文將以解析目標傳遞法作為處理複雜系統設計最佳化問題的方法，關於解析目標傳遞法的詳細內容將於隨後章節加以描述：2.1.1節將簡介解析目標傳遞法的概念、2.1.2節將描述解析目標傳遞法的計算架構、2.1.3節將根據計算架構推導出其數學模型、2.1.4節將闡述目前現有的解析目標傳遞法的各項策略。

2.1.1 解析目標傳遞法

解析目標傳遞法 (Analytical Target Cascading, ATC) 是一種用來處理複雜系統的設計方法，於1999年起由Michelena等人陸續提出。此方法將複雜系統拆解為多層的階層狀架構，並令架構中的上下層系統能將目標互相交流傳遞，進而獲得整體系統的最佳近似解。在確定整體系統的目標後，此方法的運作流程如下：

- 整體系統拆解

根據整體系統中變數的相關性、連結方式、分析方式或領域將其拆解為多個子系統並將其重新組合成階層狀架構。進一步拆解方式可參考Michelena等人所提出的最佳拆解方法 [7]。

- 子系統模型建立

建立各子系統所需的分析模型以確認子系統的資訊傳遞一致。

- 數學模型修正

確認各子系統的目標函數以符合解析目標傳遞法之數學形式。

- 子系統最佳化求解

分別對各子系統進行最佳化求解，並藉由子系統之間的訊息傳遞與溝通協調，求得整體系統的最佳解

詳細的系統架構與演算流程將於2.1.2節逐一作完整介紹，並於2.1.3節介紹完整的解析目標傳遞法之數學形式，最後在2.1.4節簡單介紹近年來對於解析目標傳遞法的各種加強方式。

2.1.2 系統架構與演算流程

解析目標傳遞法為一系統化解決複雜系統的方法，藉由拆解整體系統成階層狀架構進而求解，而階層狀架構模型主要是由最佳化模型所組成，透過最佳化模型將子系統之間的訊息傳遞維持一致性。子系統有時所傳遞的資訊需由多個變數所組成的關係式，此關係式我們稱其為分析模型。

為了進一步描述階層狀架構系統，在此先定義子系統之表示符號：

- P_{ij} 表示第 i 層，第 j 個的子系統。
- P_i 表示第 i 層的所有子系統。
- C_{ij} 表示與 P_{ij} 相連的所有下層系統。

根據上述符號定義，配合圖2.1來看，第二層的所有子系統 P_2 為 $\{P_{21}, P_{22}\}$ ，與 P_{21} 相連的所有下層系統 C_{21} 為 $\{P_{31}, P_{32}\}$ 。

在了解各子系統符號的定義後，由於解析目標傳遞法的主要目的為將子系統之間的資訊流一致性，在此將明確定義子系統中各資訊之意義：

- 區域變數(local variables)：只存在於子系統 P_{ij} 的設計變數，以符號 x_{ij} 表示。
- 響應變數(response variables)：於上下層子系統之間傳遞的變數，以符號 R 表示。

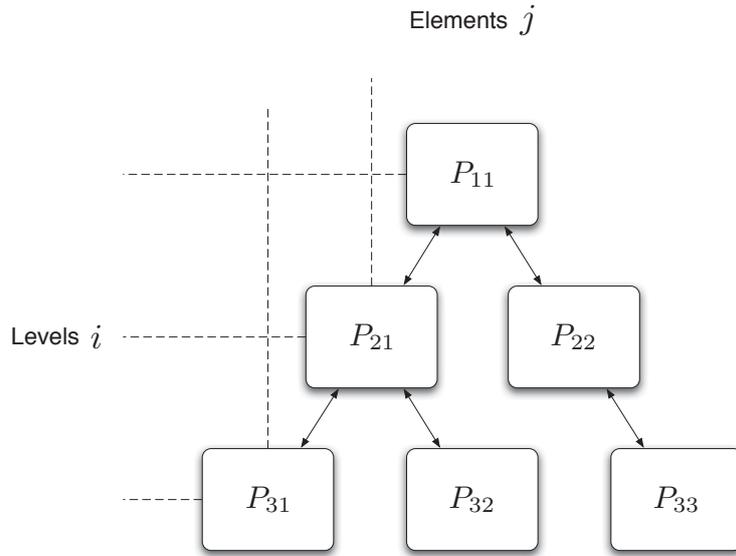


圖 2.1: 階層狀架構示意圖

- 連結變數(linking variables)：於同一層子系統之間傳遞的變數，以符號 y 表示。

其中，響應變數為上下層子系統之間相同的變數，因此下層系統的輸出對於上層系統來說為一輸入，反之，上層系統的輸出對於下層系統來說為一輸入，並且下上層系統都要滿足於輸入值。而連結變數則為同層子系統之間相同的變數，由於解析目標傳遞法並不允許資訊流作水平式的傳遞，因此連結變數需透過上層系統進行傳遞，上層系統則扮演調和下層系統連結變數的角色，使得連結變數能達到一致性。

在完成子系統中各資訊之定義後，接著將描述資訊流的詳細定義。圖2.2為子系統 P_{ij} 資訊流示意圖，其中 \mathbf{R}_{ij}^i 為子系統 P_{ij} 所得之響應變數，其輸出至子系統 P_{ij} 所連結之上層子系統 $P_{(i-1)p}$ ， \mathbf{y}_{ij}^i 為子系統 P_{ij} 所得之連結變數，與 \mathbf{R}_{ij}^i 相同，其輸出至子系統 $P_{(i-1)p}$ ； \mathbf{R}_{ij}^{i-1} 為上層子系統 $P_{(i-1)p}$ 期望子系統 P_{ij} 所能到達之響應變數，而 \mathbf{y}_{ij}^{i-1} 為上層子系統 $P_{(i-1)p}$ 期望子系統 P_{ij} 所能到達之連結變數；同理， $\mathbf{R}_{(i+1)k}^i$ 、 $\mathbf{y}_{(i+1)k}^i$ 分別為子系統 P_{ij} 期望其相連之下層子系統 $P_{(i+1)k}$ 所能到達之響應變數與連結變數； $\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i+1}$ 、 $\mathbf{y}_{(i+1)k}^{i+1}$ 則分別為子系統 $P_{(i+1)k}$ 所得並欲輸出給子系統 P_{ij} 之響應變數與連結變數。換言之，當變數 \mathbf{R}_{ij}^k 、 \mathbf{y}_{ij}^k 之上標 $k = i$ 時表示資訊流方向往上，若上標 $k = i - 1$ 時表示資訊流方向往下；而變數 $\mathbf{R}_{(i+1)k}^k$ 、 $\mathbf{y}_{(i+1)k}^k$ 之上標 $k = i + 1$ 時表示資訊流方向往上，若上標 $k = i$ 時表示資訊流方向往下。若將資訊流之定義放入階層狀架構中，如圖2.3所示。

如圖2.4所示，將一個三層系統作為解析目標傳遞法之資訊流傳遞的範例，此圖包含由 P_1 到 P_3 共三層子系統所組成，總共有三個子系統。其模型之資訊流傳遞方式如下：

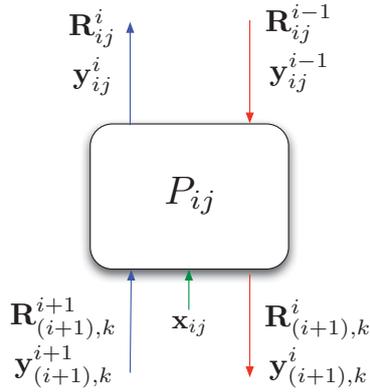


圖 2.2: 單一子系統資訊流示意圖

- 步驟1.** 當第1層子系統 P_1 獲得從第2層子系統 P_2 傳遞的資訊後，對此子系統最佳化模型進行求解，目標函數為最小化第1層子系統和第2層之子系統間的資訊流誤差以及原複雜系統設計問題的目標函數，並在求解過後獲得需傳給第2層子系統 P_2 的資訊 \mathbf{R}_2^1 。
- 步驟2.** 當在第2層子系統 P_2 時獲得從第1層子系統 P_1 所傳遞的資訊以及第3層子系統 P_3 所傳遞的資訊後，第2層子系統 P_2 之最佳化模型進行求解，目標函數為最小化第1層和第2層子系統以及第2層和第3層子系統之間的資訊流誤差，並在求解過後獲得需傳給第3層子系統 P_3 的資訊 \mathbf{R}_3^2 以及要回傳給第1層子系統 P_1 的資訊 \mathbf{R}_2^2 。
- 步驟3.** 最後在第3層子系統 P_3 時獲得從第2層子系統 P_2 所傳遞的資訊後，第3層之子系統最佳化模型進行求解，目標函數為最小化第2層和第3層子系統之間的資訊流誤差，並在求解過後獲得需回傳給第2層子系統 P_2 的資訊 \mathbf{R}_3^3 。然後回到步驟 1，直到滿足收斂條件。

上述過程為解析目標傳遞法中基本資訊流的傳遞過程。由於過程是以描述的先後順序進行傳遞，故稱其為循序運算，倘若能將轉換子系統成各自獨立的狀態後，便能各自進行運算，也就是平行運算，在Li等人 [8]於2008年發表的文章中，描述利用二次對角近似方法能使解析目標傳遞法中的子系統成各自獨立的狀態，進一步使用平行運算進行求解。

2.1.3 解析目標傳遞法數學模型

在上節中，我們將解析目標傳遞法中的子系統資訊流的傳遞方式作一簡介。在本節中，我們將根據子系統之間的資訊流傳遞方式，轉換成符合解析目標傳遞法的數學形式。由於解析目標傳遞法的主要概念為將各子系統之間所傳遞的資訊維持一致，因此在將整體系統拆解

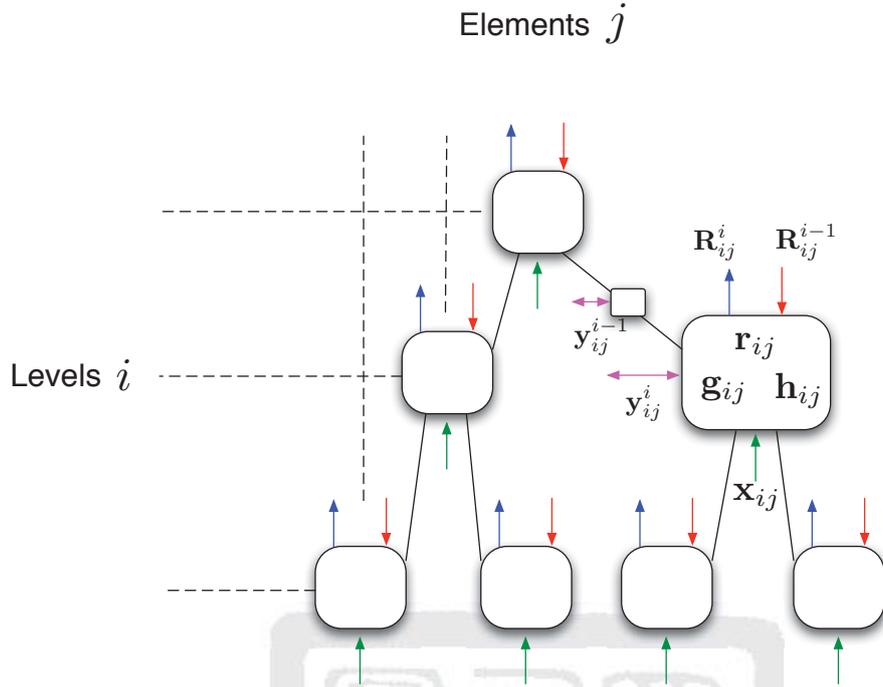


圖 2.3: 階層狀架構資訊流示意圖

成多個子系統後，各子系統的目標函數需包含資訊流一致性狀態，以進行子系統之求解。對於任一子系統 P_{ij} 來說，其基本數學模型可由方程式(2.1)表示。

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize}_{\{\bar{\mathbf{x}}_{ij}, \mathbf{y}_{(i+1)k}^i, \varepsilon_{ij}^R, \varepsilon_{ij}^y\}} w_{ij}^R \|\mathbf{R}_{ij}^i - \mathbf{R}_{ij}^{i-1}\| + w_{ij}^y \|\mathbf{y}_{ij}^i - \mathbf{y}_{ij}^{i-1}\| + \varepsilon_{ij}^R + \varepsilon_{ij}^y \\
 & \text{s. t.} \quad \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} w_{(i+1)k}^R \|\mathbf{R}_{(i+1)k}^i - \mathbf{R}_{(i+1)k}^{i+1}\|_2^2 \leq \varepsilon_{ij}^R \\
 & \quad \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} w_{(i+1)j}^y \|\mathbf{y}_{(i+1)j}^i - \mathbf{y}_{(i+1)k}^{i+1}\|_2^2 \leq \varepsilon_{ij}^y \\
 & \quad \mathbf{g}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \leq 0, \quad \mathbf{h}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) = 0 \\
 & \text{where } \mathbf{R}_{ij}^i = \mathbf{r}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}), \quad \bar{\mathbf{x}}_{ij} = \left[\mathbf{x}_{ij}^i, \mathbf{y}_{ij}^i, \mathbf{R}_{(i+1)k_1}^i, \dots, \mathbf{R}_{(i+1)k_{C_{ij}}}^i \right]^T \\
 & \quad \forall j \in E_i, \quad i = 0, 1, \dots, N
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

在式(2.1)中， \mathbf{x}_{ij} 為子系統 P_{ij} 的區域變數， \mathbf{R}_{ij}^i 為子系統 P_{ij} 輸出至第 $i - 1$ 層之子系統 $P_{(i-1)p}$ 的響應變數， \mathbf{R}_{ij}^{i-1} 為第 $i-1$ 層之子系統 $P_{(i-1)p}$ 輸入至子系統 P_{ij} 的響應變數； $\mathbf{R}_{(i+1)k}^i$ 為子系統 P_{ij} 輸出至第 $i + 1$ 層之子系統 $P_{(i+1)k}$ 的響應變數， $\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i+1}$ 為第 $i + 1$ 層之子系統 $P_{(i+1)k}$ 輸入至子系統 P_{ij} 的響應變數；而 \mathbf{y}_{ij}^i 為子系統 P_{ij} 輸出至第 $i - 1$ 層之子系統 $P_{(i-1)p}$ 的連結變

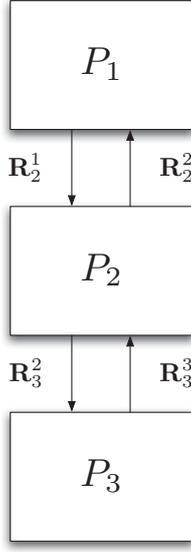


圖 2.4: 三層系統模型架構及資訊流

數， \mathbf{y}_{ij}^{i-1} 為第 $i-1$ 層之子系統 $P_{(i-1)p}$ 輸入至子系統子系統 P_{ij} 的連結變數； $\mathbf{y}_{(i+1)k}^i$ 為子系統 P_{ij} 輸出至第 $i+1$ 層之子系統 $P_{(i+1)k}$ 的連結變數， $\mathbf{y}_{(i+1)k}^{i+1}$ 為第 $i+1$ 層之子系統 $P_{(i+1)k}$ 輸入至子系統子系統 P_{ij} 的連結變數； ε_{ij}^R 與 ε_{ij}^y 分別為子系統 P_{ij} 對其下層系統 C_{ij} 之響應變數一致性誤差量與連結變數一致性誤差量；此外， \mathbf{r}_{ij} 為子系統 P_{ij} 的響應函數，其作用是將其他輸入值轉換成輸出至子系統 $P_{(i-1)p}$ 的響應變數； \mathbf{g}_{ij} 為子系統 P_{ij} 的區域不等式拘束條件， \mathbf{h}_{ij} 為子系統 P_{ij} 的區域等式拘束條件；而 w^R 與 w^y 分別為響應變數與連結變數的誤差項權重係數；最後，符號 $\|\cdot\|$ 表示歐幾里德範數 (Euclidean norm)，其數學定義如方程式 (2.2) 所示，其中下標 $r=1$ 時則下標可以省略，如式 (2.1) 中所示。

$$\|\mathbf{x}\|_r = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^r \right)^{1/r} \quad (2.2)$$

在式 (2.1) 中，目標函數為最小化子系統 P_{ij} 與其他層的子系統的資訊傳遞之誤差。在目標函數中，第一項為子系統 P_{ij} 與上層系統 $P_{(i-1)p}$ 之間的響應變數的誤差項；第二項子系統 P_{ij} 與上層系統 $P_{(i-1)p}$ 之間的連結變數的誤差項，第三項 ε_{ij}^R 為子系統 P_{ij} 與下層系統 C_{ij} 之間的響應變數的誤差值，最後第四項 ε_{ij}^y 為子系統 P_{ij} 與下層系統 C_{ij} 之間的連結變數的誤差值。若子系統為最上層系統，則方程式 (2.1) 之目標函數的第一項 $w_{ij}^R \|\mathbf{R}_{ij}^i - \mathbf{R}_{ij}^{i-1}\|$ 與第二項 $w_{ij}^y \|\mathbf{y}_{ij}^i - \mathbf{y}_{ij}^{i-1}\|$ 將不存在於此子系統數學方程式中，並且增加整體系統之目標函數 f 於此子系統數學方程式，反之，若子系統為最底層系統，則方程式 (2.1) 之目標函數的第三項 ε_{ij}^R 與第四項 ε_{ij}^y 將不存在於此子系統數學方程式中。

方程式(2.1)為解析目標傳遞法的基本概念的具體展示，但若直接用於運算過程中，仍然有許多不足的地方以及瑕疵，造成運算上困難或無法收斂之結果，故以下將針對各部分進行修正並詳細加以介紹。

- 誤差項次

在原方程式(2.1)中，可以看到在資訊傳遞誤差項是以 $\|\cdot\|$ 作為運算符號，但是經過運算後，此函數會在原點呈現不可微分之狀態，倘若使用梯度最佳化演算法會造成計算上的困難，因此在此將其修正成 $\|\cdot\|_2^2$ ，以二次函數作為誤差項的計算方式。

- 權重係數

在目標函數中，權重係數 w^R 與 w^y 的部份，可將原先一個權重係數推廣成一向量單位，使得原先各項資訊共用一個權重資訊的情況變成每項資訊都擁有不同的權重係數的情況。獨立權重係數可使設計者能針對各項資訊明確的調整權重係數大小，使得子系統的資訊一致性可更加符合。修正後的權重係數配合資訊傳遞誤差項如方程式(2.3)所示：

$$\begin{aligned} & \|\mathbf{w}_{ij}^R \circ (\mathbf{R}_{ij}^i - \mathbf{R}_{ij}^{i-1})\|_2^2 \\ & \|\mathbf{w}_{ij}^y \circ (\mathbf{y}_{ij}^i - \mathbf{y}_{ij}^{i-1})\|_2^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

其中符號 \circ 表示向量中元素的逐項相乘，如方程式(2.4)所示

$$[a_1, a_2, \dots, a_n] \circ [b_1, b_2, \dots, b_n] = [a_1 b_1, a_2 b_2, \dots, a_n b_n] \quad (2.4)$$

- 拘束條件

根據單調性分析(monotonicity analysis)的結果，可得知拘束條件中對於下層系統的資訊傳遞一致性之不等式拘束條件的等號均會成立，因此可將其拘束條件代入目標函數中，以消除自由度。

- 變數選擇矩陣

由於同層子系統之間的資訊傳遞需經由連結變數傳遞到上層進行計算，因此某一上層子系統需控制多個下層子系統的連結變數，可能造成上下傳遞的變數矩陣大小不一。以下以一範例進行說明，如圖2.5所示，有一雙層四系統連結變數傳遞範例，第二層子系統 P_{21} 擁有連結變數 $\mathbf{y}_{21}^2 = [y_1]^T$ ， P_{22} 擁有連結變數 $\mathbf{y}_{22}^2 = [y_1, y_2]^T$ ， P_{23} 擁有連結變數 $\mathbf{y}_{23}^2 = [y_2]^T$ ，分別以連結變數 y_1, y_2 作連結，並且透過第一層子系統 P_{11} 傳遞彼此的連結變數，由於第一層子系統同時掌控第二層所有連結變數 $\mathbf{y}_{11}^1 = [y_1, y_2]$ ，因此從第一層

傳出的連結變數並不一定會被下層系統所利用，故加入一變數選擇矩陣 \mathbf{S}_k 以刪除下層系統不需要的連結變數。在變數選擇矩陣 \mathbf{S}_k 中，其行數等於連結變數 $\mathbf{y}_{(i+1)j}^i$ 之項數，列數等於連結變數 $\mathbf{y}_{(i+1)k}^{i+1}$ 之項數，矩陣中的元素是以0或1所組成。

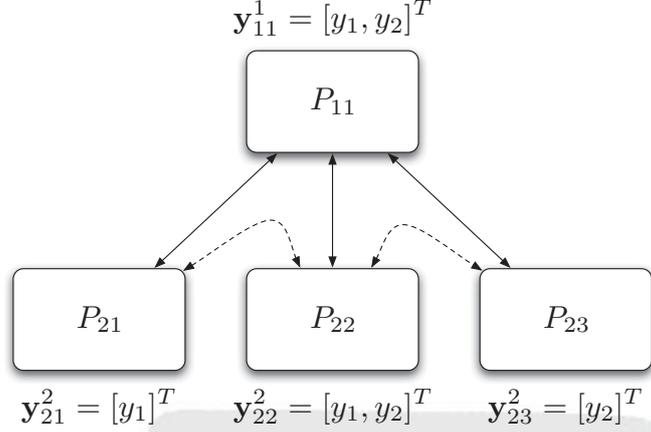


圖 2.5: 連結變數傳遞範例示意圖

根據上述四大部分的修正後，原解析目標傳遞法之數學方程式(2.1)可改寫成方程式(2.5)

$$\begin{aligned}
 & \underset{\{\bar{\mathbf{x}}_{ij}, \mathbf{y}_{(i+1)k}^i\}}{\text{minimize}} \quad \|\mathbf{w}_{ij}^R \circ (\mathbf{R}_{ij}^i - \mathbf{R}_{ij}^{i-1})\|_2^2 + \|\mathbf{S}_{ij} \mathbf{w}_{ip}^y \circ (\mathbf{S}_{ij} \mathbf{y}_{ip}^{i-1} - \mathbf{y}_{ij}^i)\|_2^2 + \\
 & \quad \sum_{k \in C_{ij}} \|\mathbf{w}_{(i+1)k}^R \circ (\mathbf{R}_{(i+1)k}^i - \mathbf{R}_{(i+1)k}^{i+1})\|_2^2 + \\
 & \quad \sum_{k \in C_{ij}} \|\mathbf{S}_{(i+1)k} \mathbf{w}_{(i+1)j}^y \circ (\mathbf{S}_{(i+1)k} \mathbf{y}_{(i+1)j}^i - \mathbf{y}_{(i+1)k}^{i+1})\|_2^2 \tag{2.5} \\
 & \text{s. t.} \quad \mathbf{g}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \leq 0, \quad \mathbf{h}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) = 0 \\
 & \text{where} \quad \mathbf{R}_{ij}^i = \mathbf{r}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}), \quad \bar{\mathbf{x}}_{ij} = \left[\mathbf{x}_{ij}, \mathbf{y}_{ij}^i, \mathbf{R}_{(i+1)k_1}^i, \dots, \mathbf{R}_{(i+1)k_{c_{ij}}}^i \right]^T \\
 & \quad \forall j \in E_i, \quad i = 0, 1, \dots, N
 \end{aligned}$$

2.1.4 解析目標傳遞法策略發展

在先前的章節中，已將解析目標傳遞法的基本型態作一完整介紹。在解析目標傳遞法概念被提出後，解析目標傳遞法陸續經由多種方式增強其適用性與收斂性，本節將敘述各種方式的發展以及其特性。

權重更新法

(Weighting Update Method, WUM)

由於在解析目標傳遞法模型中的子系統間的一致性權重值 \mathbf{w} 對於收斂性質以及答案的精確度與否有著絕對的重要性，因此，在2005年Michalek等人針對權重的配置提出進一步設計方法來加強解析目標傳遞法的收斂速度。Michalek所提出的權重更新法(weighting update method, WUM) [9]可以針對解析目標傳遞法中的二次項透過自動計算找出一組適當的權重使得子系統之間的響應變數與連結變數的誤差值能維持在設計者所容許的範圍 θ^R, θ^y 之內，這使得某些難以達成系統間目標的問題得以利用權重的改變來解決。其權重更新之數學方程式如式(2.6)，每次更新完權重後，再將更新後的權重帶回原解析目標傳遞法數學模型中即可求解。

$$\mathbf{w}_{(i+1)k}^R = \left| \frac{\Psi_k}{\theta_{(i+1)k}^R} \right|^{1/2}$$

where $\Psi_k = - \sum_{\alpha} \left[(\langle \mathbf{w}_{ij}^R \rangle_{\alpha})^2 (\mathbf{R}_{ij} - \mathbf{R}_{ij}^{i-1})_{\alpha} \frac{\partial \langle \mathbf{R}_{ij} \rangle_{\alpha}}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)k}^i} \right]$ (2.6a)

$$- \frac{1}{2} \left[\mu_{ij}^T \frac{\partial \mathbf{g}_{ij}}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)k}^i} + \lambda_{ij}^T \frac{\partial \mathbf{h}_{ij}}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)k}^i} \right]$$

$$\mathbf{w}_{ij}^y = \max \left| \frac{\Psi_j - \Psi_{j'}}{\theta_{ij}^y} \right|^{1/2}$$

where $\Psi_j = - \sum_{\alpha} \left[(\langle \mathbf{w}_{ij}^R \rangle_{\alpha})^2 (\mathbf{R}_{ij} - \mathbf{R}_{ij}^{i-1})_{\alpha} \frac{\partial \langle \mathbf{R}_{ij} \rangle_{\alpha}}{\partial \mathbf{y}_{ij}^i} \right]$ (2.6b)

$$- \frac{1}{2} \left[\mu_{ij}^T \frac{\partial \mathbf{g}_{ij}}{\partial \mathbf{y}_{ij}^i} + \lambda_{ij}^T \frac{\partial \mathbf{h}_{ij}}{\partial \mathbf{y}_{ij}^i} \right]$$

由於每達到一次階段性的收斂，就必須重新執行一次權重更新，因此在解析目標傳遞法的大量迴圈計算外還必須另外增加權重的計算迴圈，造成解析目標傳遞法的計算成本增加。權重值會隨著迴圈而遞增，同時由於要達成目標的一致性，權重值必須要有足夠大的量值，因此隨著權重的增加，病態條件(ill-conditioning)產生的狀況也會增加。

增廣拉格朗日與方向替換求解法

(Augmented Lagrangian Method and Alternating Direction Method, AL & ALAD)

隨後，在2006年時Tosserams等人提出增廣拉格朗日法(augmented Lagrangian method, AL) [10]，此方法在原解析目標傳遞法的方程式中所使用的二次懲罰函數(quadratic penalty function)改為增廣拉格朗日懲罰函數(augmented Lagrangian penalty function)，使得解析目標傳遞法有較快的收斂速度，如式(2.7)所示：

$$\begin{array}{ll} \text{二次懲罰函數} & \text{增廣拉格朗日懲罰函數} \\ \|\mathbf{w}_{ij} \circ (\mathbf{R}_{ij}^i - \mathbf{R}_{ij}^{i-1})\|_2^2 & \Rightarrow \mathbf{v}_{ij}(\mathbf{R}_{ij}^i - \mathbf{R}_{ij}^{i-1}) + \|\mathbf{w}_{ij} \circ (\mathbf{R}_{ij}^i - \mathbf{R}_{ij}^{i-1})\|_2^2 \end{array} \quad (2.7)$$

在此 \mathbf{v}_{ij} 為子系統 P_{ij} 之拉格朗日乘子

根據上述懲罰函數的改變，我們可以將原本子系統之數學方程式(2.5)改寫成式(2.8)：

$$\begin{aligned} \text{minimize}_{\{\bar{\mathbf{x}}_{ij}, \mathbf{y}_{(i+1)j}^i\}} & \|\mathbf{w}_{ij}^R \circ (\mathbf{R}_{ij}^i - \mathbf{R}_{ij}^{i-1})\|_2^2 + \|\mathbf{S}_{ij} \mathbf{w}_{ip}^y \circ (\mathbf{S}_{ij} \mathbf{y}_{ip}^{i-1} - \mathbf{y}_{ij}^i)\|_2^2 + \\ & \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} \|\mathbf{w}_{(i+1)k}^R \circ (\mathbf{R}_{(i+1)k}^i - \mathbf{R}_{(i+1)k}^{i+1})\|_2^2 + \\ & \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} \|\mathbf{S}_{(i+1)k} \mathbf{w}_{(i+1)j}^y \circ (\mathbf{S}_{(i+1)k} \mathbf{y}_{(i+1)j}^i - \mathbf{y}_{(i+1)k}^{i+1})\|_2^2 \\ & - (\mathbf{v}_{ij}^R \circ \mathbf{R}_{ij}^i) - (\mathbf{S}_{ij} \mathbf{v}_{ip}^y \circ \mathbf{y}_{ij}^i) + \\ & \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} (\mathbf{v}_{(i+1)k}^R \circ \mathbf{R}_{(i+1)k}^i) + \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} (\mathbf{S}_{(i+1)k} \mathbf{v}_{(i+1)j}^y \circ \mathbf{S}_{(i+1)k} \mathbf{y}_{(i+1)j}^i) \\ \text{s. t.} & \mathbf{g}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \leq 0, \quad \mathbf{h}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) = 0 \\ \text{where} & \mathbf{R}_{ij}^i = \mathbf{r}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}), \quad \bar{\mathbf{x}}_{ij} = \left[\mathbf{x}_{ij}, \mathbf{y}_{ij}^i, \mathbf{R}_{(i+1)k_1}^i, \dots, \mathbf{R}_{(i+1)k_{C_{ij}}}^i \right]^T \\ & \forall j \in E_i, \quad i = 0, 1, \dots, N \end{aligned} \quad (2.8)$$

雖然增廣拉格朗日方法同樣必須使用一個外迴圈來更新懲罰函數的參數，但不像權重更新方法需計算許多偏微分項次，因此解析目標傳遞法的計算成本可以大幅減少並且獲得更好的精確度，同時拉格朗日項次 \mathbf{v} 可以避免權重更新方法所造成ill-conditioning的狀況。除了增廣拉格朗日方法，Tosserams等人在觀察解析目標傳遞法的結構後，發現奇數層子系統僅與偶數層有資訊傳遞的關係，奇數層彼此並無直接關係。因此，Tosserams等人提出方向替

換求解法(alternating direction solution method, ALAD) [10]，根據奇、偶數層之間的關係，將奇數層子系統進行平行運算，而偶數層子系統一起平行運算，如此可經由平行運算減少運算成本。

二次對角近似法

(Diagonal Quadratic Approximation, DQA)

隨著平行運算的發展，Li等人 [8]於2008年提出二次對角近似方法(diagonal quadratic approximation, DQA)以及截斷二次對角近似方法(truncated diagonal quadratic approximation, TDQA)，此方法經由線性化增廣拉格朗日方法中的增廣拉格朗日項次，使得解析目標傳遞法的架構中各子系統能分離，如此一來，在進行子系統的計算時便能平行進行，使得解析目標傳遞法可以運用到平行運算上。經由二次對角近似方法，原增廣拉格朗日方法之數學式(2.8)改寫成式(2.9)：

$$\begin{aligned}
& \underset{\{\bar{\mathbf{x}}_{ij}, \mathbf{y}_{(i+1)j}^i\}}{\text{minimize}} && \|\mathbf{w}_{ij}^R \circ (\mathbf{R}_{ij}^i - \mathbf{R}_{ij}^{(i-1)I})\|_2^2 + \|\mathbf{S}_{ij} \mathbf{w}_{ip}^y \circ (\mathbf{S}_{ij} \mathbf{y}_{ip}^{(i-1)I} - \mathbf{y}_{ij}^i)\|_2^2 + \\
& && \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} \|\mathbf{w}_{(i+1)k}^R \circ (\mathbf{R}_{(i+1)k}^i - \mathbf{R}_{(i+1)k}^{(i+1)I})\|_2^2 + \\
& && \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} \|\mathbf{S}_{(i+1)k} \mathbf{w}_{(i+1)j}^y \circ (\mathbf{S}_{(i+1)k} \mathbf{y}_{(i+1)j}^i - \mathbf{y}_{(i+1)k}^{(i+1)I})\|_2^2 \\
& && - (\mathbf{v}_{ij}^R \circ \mathbf{R}_{ij}^i) - (\mathbf{S}_{ij} \mathbf{v}_{ip}^y \circ \mathbf{y}_{ij}^i) + \\
& && \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} (\mathbf{v}_{(i+1)k}^R \circ \mathbf{R}_{(i+1)k}^i) + \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} (\mathbf{S}_{(i+1)k} \mathbf{v}_{(i+1)j}^y \circ \mathbf{S}_{(i+1)k} \mathbf{y}_{(i+1)j}^i) \\
& \text{s. t.} && \mathbf{g}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \leq 0, \quad \mathbf{h}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) = 0 \\
& \text{where} && \mathbf{R}_{ij}^i = \mathbf{r}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}), \quad \bar{\mathbf{x}}_{ij} = [\mathbf{x}_{ij}, \mathbf{y}_{ij}^i, \mathbf{R}_{(i+1)k_1}^i, \dots, \mathbf{R}_{(i+1)k_{C_{ij}}}^i]^T \\
& && \forall j \in E_i, \quad i = 0, 1, \dots, N
\end{aligned} \tag{2.9}$$

在式(2.9)中， $\mathbf{R}_{ij}^{(i-1)I}$ ， $\mathbf{y}_{ip}^{(i-1)I}$ ， $\mathbf{R}_{(i+1)k}^{(i+1)I}$ ， $\mathbf{y}_{(i+1)k}^{(i+1)I}$ 等項次是為在第*I*次外迴圈時所得之解，與一般增廣拉格朗日方法不同的是，此值在進行內迴圈計算時視為定值，直到下一次外迴圈計算時才進行更新。如此一來，在進行內迴圈計算時，各子系統便可以平行計算，不需等待其他子系統傳遞所需資訊。

通用拉格朗日法

(Ordinary Lagrangian Method, OL)

除了針對權重的配置加強解析目標傳遞法外，Lassiter等人 [11]提出以拉格朗日二元性(lagrangian duality)為基礎的運算策略同時配合解析目標傳遞法來解決複雜系統問題。此方法使得在原解析目標傳遞法的方程式中所使用的二次懲罰函數(quadratic penalty function)改為通用拉格朗日懲罰函數(ordinary Lagrangian penalty function)，如式(2.10)所示：

$$\begin{array}{ll} \text{二次懲罰函數} & \text{通用拉格朗日懲罰函數} \\ \|\mathbf{w}_{ij} \circ (\mathbf{R}_{ij}^i - \mathbf{R}_{ij}^{i-1})\|_2^2 & \Rightarrow \mathbf{v}_{ij}(\mathbf{R}_{ij}^i - \mathbf{R}_{ij}^{i-1}) \end{array} \quad (2.10)$$

在此 \mathbf{v}_{ij} 為子系統 P_{ij} 之拉格朗日乘子

根據上述懲罰函數的改變，我們可以將原本子系統之數學方程式(2.5)改寫成式(2.11)：

$$\begin{array}{l} \text{minimize}_{\{\bar{\mathbf{x}}_{ij}, \mathbf{y}_{(i+1)j}^i\}} \quad -(\mathbf{v}_{ij}^R \circ \mathbf{R}_{ij}^i) - (\mathbf{S}_{ij} \mathbf{v}_{ij}^y \circ \mathbf{y}_{ij}^i) + \\ \quad \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} (\mathbf{v}_{(i+1)k}^R \circ \mathbf{R}_{(i+1)k}^i) + \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} (\mathbf{S}_{(i+1)k} \mathbf{v}_{(i+1)j}^y \circ \mathbf{S}_{(i+1)k} \mathbf{y}_{(i+1)j}^i) \\ \text{s. t.} \quad \mathbf{g}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \leq 0, \quad \mathbf{h}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) = 0 \\ \text{where} \quad \mathbf{R}_{ij}^i = \mathbf{r}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}), \quad \bar{\mathbf{x}}_{ij} = \left[\mathbf{x}_{ij}, \mathbf{y}_{ij}^i, \mathbf{R}_{(i+1)k_1}^i, \dots, \mathbf{R}_{(i+1)k_{C_{ij}}}^i \right]^T \\ \quad \forall j \in E_i, \quad i = 0, 1, \dots, N \end{array} \quad (2.11)$$

在此方法中，每個子系統是呈現分離的狀態，因此可以在固定拉格朗日參數 \mathbf{v} 下以平行運算的方式進行計算。然而由於是以拉格朗日二元性作為基礎，因此二元性條件必須足夠強烈以確保全域收斂性，另外二元性間隔(duality gap)存在之可能性，會造成求解的不穩定性與運用在實際問題上的限制。

連續線性近似法

(Sequential Linear Programming, SLP)

於2010年與2011年，Han [12]和Chan [13]根據解析目標傳遞法對於單調性系統有著快速

收斂此一優點，提出利用連續線性近似法(sequential linear programming, SLP)將原本非線性問題逐一轉換成線性問題進行求解，來提昇解析目標傳遞法的運算效率，並稱其為線性化解析目標傳遞法(LATC)。經由連續線性近似法轉換後的子系統的數學方程式，如式(2.12)：

$$\begin{aligned}
& \underset{\{\bar{\mathbf{d}}_{ij}, \varepsilon_{ij}^R, \varepsilon_{(i+1)k}^R\}}{\text{minimize}} && \varepsilon_{ij}^R + \sum_{k \in C_{ij}} \varepsilon_{(i+1)k}^R \\
& \text{s. t.} && -\varepsilon_{ij}^R \leq \mathbf{w}_{ij}^R \circ (\mathbf{R}_{ij}^i + \mathbf{d}_{\mathbf{R}_{ij}^i} - \mathbf{R}_{ij}^{i+1} - \mathbf{d}_{\mathbf{R}_{ij}^{i+1}}) \leq \varepsilon_{ij}^R \\
& && -\varepsilon_{(i+1)k}^R \leq \mathbf{w}_{(i+1)k}^R \circ (\mathbf{R}_{(i+1)k}^i + \mathbf{d}_{\mathbf{R}_{(i+1)k}^i} - \mathbf{R}_{(i+1)k}^{i+1} - \mathbf{d}_{\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i+1}}) \leq \varepsilon_{(i+1)k}^R \\
& && \nabla \mathbf{g}_{ij}^T(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \bar{\mathbf{d}}_{ij} + \mathbf{g}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \leq 0, \quad \nabla \mathbf{h}_{ij}^T(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \bar{\mathbf{d}}_{ij} + \mathbf{h}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) = 0 \tag{2.12} \\
& \text{where } \bar{\mathbf{x}}_{ij} = && \left[\mathbf{x}_{ij}, \mathbf{R}_{ij}^i, \mathbf{R}_{(i+1)k_1}^i, \dots, \mathbf{R}_{(i+1)k_{C_{ij}}}^i \right]^T \\
& \bar{\mathbf{d}}_{ij} = && \left[\mathbf{d}_{\mathbf{x}_{ij}^i}, \mathbf{d}_{\mathbf{R}_{ij}^i}, \mathbf{d}_{\mathbf{R}_{(i+1)k_1}^i}, \dots, \mathbf{d}_{\mathbf{R}_{(i+1)k_{C_{ij}}}^i} \right]^T \\
& \|\bar{\mathbf{d}}_{ij}\|_\infty \leq \rho, \quad \forall j \in E_i, \quad i = 0, 1, \dots, N
\end{aligned}$$

當解析目標傳遞法以連續線性近似法之形式進行運算時，可以獲得較佳的收斂結果，同時可利用SLP-filter將解析目標傳遞法加入不確定因素進行複雜系統設計 [14]。然而，由於線性近似的緣故，設計問題不能呈現過度非線性狀態，並且需有較強的單調性特性，以避免在執行線性化解析目標傳遞法時，產生過大的誤差。

以上所提到的各種解析目標傳遞法的策略中一致性拘束條件鬆弛方法差異之處、需要更新參數以及各策略其收斂必要條件，如表2.1所示。

到目前為止，解析目標傳遞法已發展出有多種運算策略，如權重更新法、增廣拉格朗日法、線性化解析目標傳遞法等運算策略，這些策略不僅加強解析目標傳遞法收斂的特性，減少計算成本，並且拓展解析目標傳遞法的許多應用方式。然而，多數的策略主要著重在解析目標傳遞法的收斂速度或是系統間的目標一致性上，卻鮮少有考慮到函數計算量(function count)，通常函數計算量的減少對於需要執行”昂貴”計算的函數或分析上，可以節省大量的計算時間，特別是多數複雜系統設計問題中包含需要進行模擬分析模型。Han在線性化解析目標傳遞法一文中提及減少函數計算量的相關作法，根據其演算策略的特性，可以根據計算結果，將較不重要的子系統移除，以減少整體系統的函數計算量，然而，因為連續線性近似法的誤差特性，此步驟需經驗證過後才能執行，如此可能反而增加額外的計算量。關於Han的作法在稍後會有更詳細的說明。

表 2.1: 解析目標傳遞法策略比較表

	一致性拘束條件鬆弛方法	更新參數	收斂必要條件
權重更新法(WUM)	二次懲罰函數	w	當 w 趨近於無限大
增廣拉格朗日法(AL)	增廣拉格朗日懲罰函數	w, v	目標函數與拘束條件為連續
二次對角近似法(DQA)	二次對角近似	w, v	目標函數與拘束條件為凸集合
通用拉格朗日法(OL)	通用拉格朗日懲罰函數	v	無二元性間隔 (duality gap)存在
連續線性近似法(LATC)	連續線性近似	w	L_∞ (infinite norms)維持系統的線性化

2.2 耦合強度

耦合強度為量化子系統之間或子系統與整體系統的影響以及連結程度的方式之一，耦合強度較強的子系統無法在不影響其他系統下獨自運算，另一方面，耦合強度較弱的子系統即可在不影響其他系統運算下獨立出來。在本節中，我們將介紹目前文獻上常見的耦合強度之定義與數學式。於2.2.1節中，將介紹根據全域敏感度方程式所延伸的耦合強度之定義，由於全域敏感度方程式對於設計變數在系統敏感度仍有不周全的地方，於是在2.2.2節中，將介紹一改良全域敏感度方程式並將其延伸定義出另一耦合強度，最後於2.2.3中，將介紹有別於以敏感度分析為基礎之耦合強度，此耦合強度是基於最佳設計中的KKT條件發展而來。

2.2.1 基於全域敏感度分析之耦合強度

敏感度分析可以得到函數受某變數的影響程度，因此可進一步排除某一變數來簡化問題並保持其準確度，若延伸到複雜系統中，由于系統之間的互動的結果可以經由迭代計算過程推導出整體系統的敏感度，進一步我們可利用子系統跟子系統間耦合變數的敏感度來忽略某些子系統進而簡化整體系統本身。在1990年時Sobieszczanski-Sobieski 提出對於複雜系統的敏感度分析方法並提出全域敏感度方程組(Global Sensitivity Equations, GSE) [15]，使得複雜系統的敏感度分析可以利用各子系統的輸出和輸入的偏微分組成一矩陣方程式(2.13)進行求解。以一複雜系統的形態來說，如圖(2.6)所示，圖中包含子系統之間的連結變數 Y 與區域

變數 \mathbf{X} ，此架構相對於 \mathbf{X}_1 變數的敏感度可由方程式(2.13)所示，在式(2.13)中 $i = 1, 2, \dots, N$, $j = 1, 2, \dots, (N - 1)$, and $i \neq j$ 。

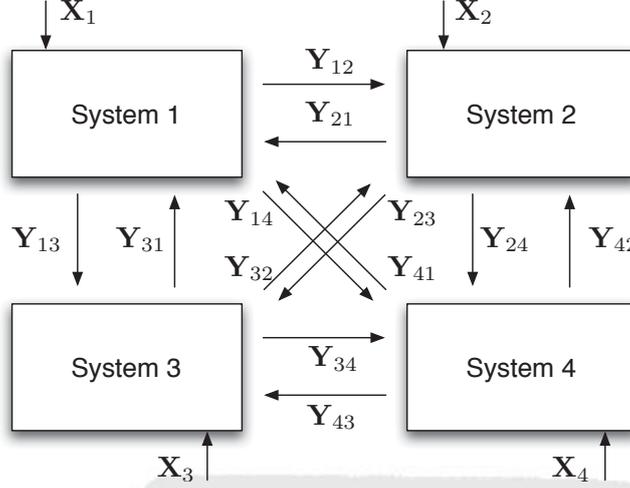


圖 2.6: 非階層式複雜系統之交互作用示意圖

$$\begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{Y}_{12}}{d\mathbf{X}_1} \\ \vdots \\ \frac{d\mathbf{Y}_{ij}}{d\mathbf{X}_1} \\ \vdots \\ \frac{d\mathbf{Y}_{N(N-1)}}{d\mathbf{X}_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \dots & -\frac{\partial \mathbf{Y}_{12}}{\partial \mathbf{Y}_{ij}} & \dots & -\frac{\partial \mathbf{Y}_{12}}{\partial \mathbf{Y}_{N(N-1)}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{\partial \mathbf{Y}_{ij}}{\partial \mathbf{Y}_{12}} & \dots & \mathbf{I} & \dots & -\frac{\partial \mathbf{Y}_{ij}}{\partial \mathbf{Y}_{N(N-1)}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{\partial \mathbf{Y}_{N(N-1)}}{\partial \mathbf{Y}_{12}} & \dots & -\frac{\partial \mathbf{Y}_{N(N-1)}}{\partial \mathbf{Y}_{ij}} & \dots & \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{Y}_{12}}{\partial \mathbf{X}_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{Y}_{ij}}{\partial \mathbf{X}_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{Y}_{N(N-1)}}{\partial \mathbf{X}_1} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

在全域敏感度方程組提出後，隨後Bloebaum和English等人利用全域敏感度方程組算出子系統間的敏感度資訊，並作為耦合強度的定義。於1995年，Bloebaum等人利用全域敏感度方程組中的偏微分項並將其常規化，定義為耦合強度 [16]，以兩個子系統之交互作用為例，如圖2.7所示，圖中此兩子系統的耦合強度被定義為常規化區域敏感度，式(2.14a)表示系統1對系統2的耦合強度，式(2.14b)則表示系統2對系統1的耦合強度。

$$\Gamma_2^1 = \frac{Y_{21}}{Y_{12}} \frac{\partial Y_{12}}{\partial Y_{21}} \quad (2.14a)$$

$$\Gamma_1^2 = \frac{Y_{12}}{Y_{21}} \frac{\partial Y_{21}}{\partial Y_{12}} \quad (2.14b)$$

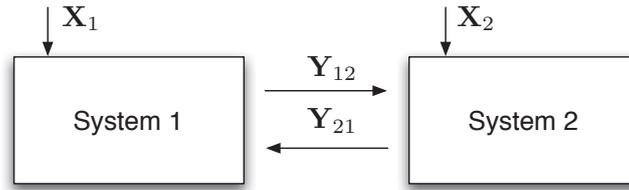


圖 2.7: 兩子系統之交互作用示意圖

於2001年，English等人經由全域敏感度方程組量化出一誤差指標，其定義是當某特定系統被移除時，求解過程中會造成系統目標函數和拘束條件多少誤差，同時此指標也可作為耦合強度的定義之一 [17]，其數學方程式如式 (2.15a)、(2.15b)所示，式 (2.15a)為系統目標函數的誤差評估，式 (2.15b)為系統拘束條件的誤差評估，並且可以經由此誤差評估配合可行多領域方程式(MDF)來加快進行複雜系統的設計。

$$F_{\text{err}} = \left(\frac{dF}{dY} \cdot \Delta \frac{dY}{dX} \right) \Delta X \quad (2.15a)$$

$$G_{\text{err}} = \left(\frac{dG}{dY} \cdot \Delta \frac{dY}{dX} \right) \Delta X \quad (2.15b)$$

2.2.2 基於改良全域敏感度分析之耦合強度

由於先前使用全域敏感度方程組提出的耦合強度，其子系統的設計變數都假設彼此具有獨立性。但是一般而言，複雜系統的設計變數可能具有相互影響的特性，因此，在2005年Alyaqout等人在全域敏感度方程組中考慮了最佳性條件-KKT條件，藉由KKT條件讓設計變數間也具有相依性，並且讓各子系統的區域變數對彼此的偏微分以及對輸出和輸入的偏微分可納入原先的GSE中，進一步提出改良全域敏感度方程組(Modified Global Sensitivity Equations, MGSE) [18]。如方程式(2.16)所示，改良全域敏感度方程組主要由四個部分所組成，如式(2.16a)所示，分別為原GSE中各子系統的輸出和輸入的偏微分所組成的A部分，如式(2.16d)所示、子系統的輸出和輸入對子系統的設計變數的偏微分所組成的B部分，如式(2.16e)所示、子系統的設計變數對子系統的輸出和輸入的偏微分所組成的C部分，如式(2.16f)所示，以及子系統的設計變數之間的偏微分所組成的D部分，如式(2.16g)所示，等四大部分。此外，在下述元素矩陣的下標符號皆滿足 $\forall i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, (N - 1), i \neq j$ 。

$$\begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{Y}}{d\mathbf{X}_1} \\ \frac{d\mathbf{X}}{d\mathbf{X}_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{X}_1} \\ \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_1} \end{bmatrix} \quad (2.16a)$$

在式(2.16)的等式左側的 $\frac{d\mathbf{Y}}{d\mathbf{X}_1}$ 之元素如下所示：

$$\frac{d\mathbf{Y}}{d\mathbf{X}_1} = \left[\frac{d\mathbf{Y}_{12}}{d\mathbf{X}_1} \quad \dots \quad \frac{d\mathbf{Y}_{ij}}{d\mathbf{X}_1} \quad \dots \quad \frac{d\mathbf{Y}_{N(N-1)}}{d\mathbf{X}_1} \right]^T \quad (2.16b)$$

而 $\frac{d\mathbf{X}}{d\mathbf{X}_1}$ 之元素如下所示：

$$\frac{d\mathbf{X}}{d\mathbf{X}_1} = \left[\frac{d\mathbf{X}_2}{d\mathbf{X}_1} \quad \dots \quad \frac{d\mathbf{X}_N}{d\mathbf{X}_1} \right]^T \quad (2.16c)$$

在式(2.16)的等式右側的元素如下，其中A部分矩陣元素如下所示：

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \dots & -\frac{\partial \mathbf{Y}_{12}}{\partial \mathbf{Y}_{ij}} & \dots & -\frac{\partial \mathbf{Y}_{12}}{\partial \mathbf{Y}_{N(N-1)}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{\partial \mathbf{Y}_{ij}}{\partial \mathbf{Y}_{12}} & \dots & \mathbf{I} & \dots & -\frac{\partial \mathbf{Y}_{ij}}{\partial \mathbf{Y}_{N(N-1)}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{\partial \mathbf{Y}_{N(N-1)}}{\partial \mathbf{Y}_{12}} & \dots & -\frac{\partial \mathbf{Y}_{N(N-1)}}{\partial \mathbf{Y}_{ij}} & \dots & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (2.16d)$$

B部分矩陣元素如下所示：

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \mathbf{Y}_{12}}{\partial \mathbf{X}_2} & \dots & -\frac{\partial \mathbf{Y}_{12}}{\partial \mathbf{X}_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{\partial \mathbf{Y}_{ij}}{\partial \mathbf{X}_2} & \dots & -\frac{\partial \mathbf{Y}_{ij}}{\partial \mathbf{X}_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{\partial \mathbf{Y}_{ij}}{\partial \mathbf{X}_2} & \dots & -\frac{\partial \mathbf{Y}_{ij}}{\partial \mathbf{X}_N} \\ -\frac{\partial \mathbf{Y}_{N(N-1)}}{\partial \mathbf{X}_2} & \dots & -\frac{\partial \mathbf{Y}_{N(N-1)}}{\partial \mathbf{X}_N} \end{bmatrix} \quad (2.16e)$$

C部分矩陣元素如下所示：

$$C = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \mathbf{X}_2}{\partial \mathbf{Y}_{12}} & \cdots & -\frac{\partial \mathbf{X}_2}{\partial \mathbf{Y}_{ij}} & \cdots & -\frac{\partial \mathbf{X}_2}{\partial \mathbf{Y}_{N(N-1)}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{\partial \mathbf{X}_N}{\partial \mathbf{Y}_{12}} & \cdots & -\frac{\partial \mathbf{X}_N}{\partial \mathbf{Y}_{ij}} & \cdots & -\frac{\partial \mathbf{X}_N}{\partial \mathbf{Y}_{N(N-1)}} \\ -\frac{\partial \mathbf{X}_N}{\partial \mathbf{Y}_{12}} & \cdots & -\frac{\partial \mathbf{X}_N}{\partial \mathbf{Y}_{ij}} & \cdots & -\frac{\partial \mathbf{X}_N}{\partial \mathbf{Y}_{N(N-1)}} \end{bmatrix} \quad (2.16f)$$

D部分矩陣元素如下所示：

$$D = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \cdots & -\frac{\partial \mathbf{X}_2}{\partial \mathbf{X}_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{\partial \mathbf{X}_N}{\partial \mathbf{X}_2} & \cdots & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (2.16g)$$

而右側 $\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{X}_1}$ 之元素如下所示：

$$\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{X}_1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{Y}_{12}}{\partial \mathbf{X}_1} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{Y}_{ij}}{\partial \mathbf{X}_1} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{Y}_{N(N-1)}}{\partial \mathbf{X}_1} \end{bmatrix}^T \quad (2.16h)$$

$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_1}$ 之元素如下所示：

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{X}_2}{\partial \mathbf{X}_1} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{X}_N}{\partial \mathbf{X}_1} \end{bmatrix}^T \quad (2.16i)$$

同時Alyaqout等人利用改良全域敏感度方程組進一步提出耦合強度之定義 Γ_i ，如方程式(2.17)所示，其針對設計變數對目標函數之敏感度來代表耦合強度，由於函數與變數之間的關係，式中運用連鎖律來進行運算，運算內容包含整體系統目標函數對子系統目標函數之敏感度，子系統目標函數與設計變數之敏感度，子系統目標函數與連結變數之敏感度，連結變數與設計變數之間的敏感度以及子系統設計變數之間的敏感度。除提出耦合強度的定義外，Alyaqout等人亦針對Kirsch協調模型(Kirsch's Model Coordinatio)的雙層狀系統架構提出暫緩策略，此部份我們會在下一節詳細說明。

$$\begin{aligned} \Gamma_i &= \frac{dF}{d\mathbf{X}_i} \\ &= \sum_{p=1}^N \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial F}{\partial f_p} \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{X}_j} \frac{d\mathbf{X}_j}{d\mathbf{X}_i} \right) + \sum_{p=1}^N \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial F}{\partial f_p} \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{Y}_{jp}} \frac{d\mathbf{Y}_{jp}}{d\mathbf{X}_i} \right) + \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{X}_j} \frac{d\mathbf{X}_j}{d\mathbf{X}_i} \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

2.2.3 控制與設計雙系統之耦合強度

除了利用敏感度分析來決定耦合強度外，Fathy 和Reyer 等人利用最佳設計中的KKT條件推導出耦合強度，詳細的推導過程可以參考 [19-21]，並用於控制和設計兩個耦合系統的最佳化問題上。當系統目標 F 假設為 $w_a f_a(\mathbf{x}_a) + w_c f_c(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}_c)$ ，其中 f_a, \mathbf{x}_a 和 f_c, \mathbf{x}_c 分別為設計子系統以及控制子系統的目標函數和設計變數， w_a, w_c 分別為設計子系統以及控制子系統目標函數的權重值，而設計子系統對於控制子系統之耦合強度的定義 Γ_a ，如式(2.18)所示。而此方式主要為探討控制及設計的整合問題，並且只討論上述兩種系統耦合狀況，因此並未完全探討多子系統之複雜系統中連結變數、設計變數與耦合強度的關係 [19-21]。

$$\Gamma_a = \frac{w_c}{w_a} \left(\frac{\partial f_c}{\partial \mathbf{x}_a} + \frac{\partial f_c}{\partial \mathbf{x}_c} \frac{d\mathbf{x}_c}{d\mathbf{x}_a} \right) \quad (2.18)$$

2.3 現行之暫緩設計策略

對一個具有階層狀架構之複雜系統來說，其複雜度可經由移除某些對整體系統僅具有些微影響之子系統來達到降低的效果，同時保持一定的準確性。因此在本節中，我們將介紹目前兩個針對複雜系統架構更新移除的暫緩策略，在2.3.1節中，將介紹Alyaqout等人利用MGSE配合Kirsch模型所進行的暫緩策略，然後在2.3.2節中，將介紹Han等人根據線性化解析目標傳遞法之步伐特性所進行的暫緩策略。

2.3.1 基於耦合強度之暫緩策略

除提出耦合強度的定義外，Alyaqout等人亦針對Kirsch協調模型架構提出暫緩策略 [18]。此模型架構與解析目標傳遞法之架構都屬於階層狀架構，但是其不同之處在於Kirsch協調模型為一雙階層架構，並非解析目標傳遞法所用架構可擁有三階層以上之架構；其次，階層之間所傳遞的資訊也並不相同，Kirsch協調模型子系統所傳遞的資訊是為雙向資訊，也就是上層傳給下層是一種資訊，而下層傳給上層是為另一種資訊，與解析目標傳遞法所傳遞的是為同一種資訊的方式是不相同；最後，Kirsch協調模型並未提出收斂證明 [22]。此模型架構如圖2.8所示。

Alyaqout等人根據此架構，將上層系統與下層系統的連結 \mathbf{x}_1 和 \mathbf{x}_2 與系統目標函數進行

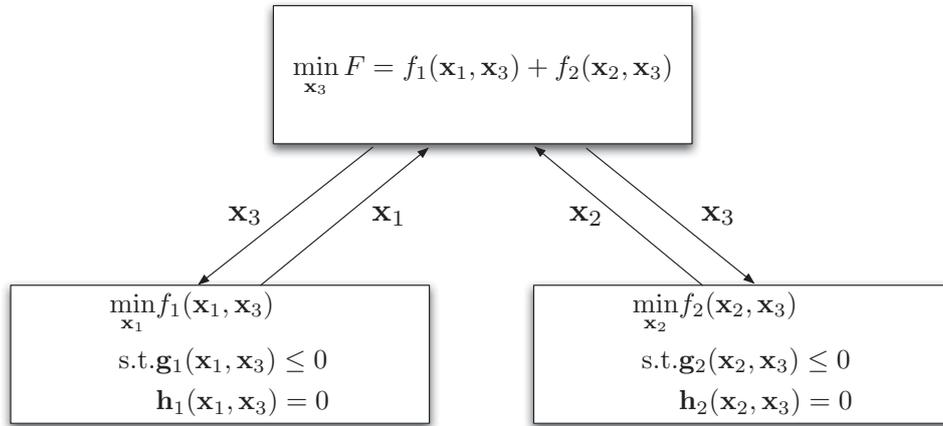


圖 2.8: Kirsch 協調模型示意圖

敏感度分析作為子系統之間的耦合強度並當作暫緩策略中移除子系統之準則，如式(2.19)所示：

$$\Gamma_1 = \frac{dF}{dx_1}, \quad \Gamma_2 = \frac{dF}{dx_2} \quad (2.19)$$

並且根據改良全域敏感度方程組計算出設計變數之間的相依性，加入暫緩策略的移除準則之中。根據函數與變數的關係並依照連鎖律的規則，將式(2.19)改寫成：

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dx_1} &= \frac{\partial F}{\partial x_1} + \frac{\partial F}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dx_1} + \frac{\partial F}{\partial x_3} \frac{dx_3}{dx_1} \\ \frac{dF}{dx_2} &= \frac{\partial F}{\partial x_2} + \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{dx_1}{dx_2} + \frac{\partial F}{\partial x_3} \frac{dx_3}{dx_2} \end{aligned} \quad (2.20)$$

在式(2.20)中的 $\frac{dx_2}{dx_1}, \frac{dx_3}{dx_1}, \frac{dx_1}{dx_2}, \frac{dx_3}{dx_2}$ 皆是利用改良全域敏感度方程組所推算出來，由於改良全域敏感度方程組中加入KKT條件，因此，此微分量值可當作子系統最佳值對被移除系統的敏感度。最後根據式(2.20)的計算結果，決定下層系統中哪個系統可被移除。之後當系統變數更新時，設計變數之間的相依性也會跟著改變，因此耦合強度必須重新計算，重新決定哪個系統可被移除。

2.3.2 基於連續線性近似演算法之暫緩策略

Han除了提出線性化解析目標傳遞法的運用策略外，同時並提出對於多階層狀架構的暫緩策略 [12]。其根據連續線性近似演算法，將在原解析目標傳遞法中子系統的響應變數的步伐大小作為線性化解析目標傳遞法中線性化子系統的響應變數，並且將其下層($i+1$ 層)子系統 $P_{(i+1)j}$ 的響應變數之步伐大小與其同層子系統 $P_{(i+1)k}, k \in C_{ij}$ 的響應變數之步伐平均值進行比較，以作為是否移除子系統判斷之準則，其數學式如式(2.21)所示。

$$\|\mathbf{d}_{\mathbf{R}_{(i+1)j}}\| < \zeta_t \sum_{k \in C_{ij}} \frac{\|\mathbf{d}_{\mathbf{R}_{(i+1)k}}\|}{N_{C_{ij}}}, \quad \zeta_t \ll 1 \quad (2.21)$$

當子系統的響應變數之步伐大小滿足不等式(2.21)時，則子系統 $P_{(i+1)j}$ 以及其分支都可被移除，在不等式(2.21)的右側為系統 P_{ij} 的子系統 C_{ij} 的步伐大小之平均值， $N_{C_{ij}}$ 為子系統 C_{ij} 的數量， ζ_t 為使用者決定的參數，根據Han等人的建議 $\zeta_t \ll 1$ ，並且不要大於0.2，避免過多無用的移除步驟。而暫緩策略的作法是將線性化解析目標傳遞法響應變數值，也就是步伐大小，在進行下一次迭代時設為零，從原解析目標傳遞法的角度說明，其表示的意義為 $\mathbf{x}^{l+1} = \mathbf{x}^l$ ：下一次迭代所需傳遞的資訊保持在子系統移除前的資訊。

另外Han亦提供驗證暫緩策略有效性的方式，是將線性化解析目標傳遞法中目標函數預測改變量 Δl_e 是否受到“暫時移除”的影響作為驗證標準，如式(2.22)所示：

$$\Delta l_e^{sus} \geq \zeta_f \Delta l_e, \quad \zeta_f < 1 \quad (2.22)$$

方程式(2.22)表示當執行暫緩策略後其目標函數預測改變量 Δl_e 大於未執行“暫時移除”策略其目標函數預測改變量 Δl_e 的倍數時，此次“暫時移除”策略是具有效力。其中 ζ_f 為使用者決定之參數，並且 ζ_f 則和 ζ_t 有以下關係：

$$\zeta_f = 1 - \zeta_t \quad (2.23)$$

Han等人所提出的方法 [12]雖然可以針對解析目標傳遞法加速求解複雜系統設計問題，但是在應用上仍然存在某些限制。由於使用連續線性近似演算法，在線性近似時會造成的些許誤差，若同時使用移除策略在子系統上時，可能會因為信賴區間或者過濾器(SLP-filter)的限制使得子系統的設計點偏離原先的方向，造成最終設計遠離實際非線性系統的解。因

此，Han等人為評估暫緩策略所造成的影響，故比較有執行暫緩策略與未執行暫緩策略的系統目標函數預測改變量，檢驗兩者差距多大以作為暫緩策略的驗證機制。雖然此暫緩策略加上了驗證機制可以避免不適當的移除所造成的誤差，然而此機制必須多執行一次運算來檢驗未執行移除的系統之目標函數預測改變量確保移除策略的有效性，故可能使得整體計算成本可能只有有限的改善，或者使得整體計算因過多檢驗機制造成成本上升，雖然Han等人亦提到如果在驗證時遇到需要較大的計算量，則驗證機制可以省略不執行，但如此一來誤差量便有較大的風險會上升，也因此Han等人所提出的暫緩策略顯得較無實質作用。

2.4 現行文獻待解決之困難

根據以上的文獻回顧可得知，無論在設計複雜系統、判定複雜系統耦合強度以及簡化複雜系統，均有許多方法能夠處理其相對應的問題，去加強複雜系統的整合與設計。然而就目前文獻看來，以上方法雖然都是針對複雜系統之設計方法，但是並沒有將其整合的一套流程，就其整合之問題提出以下的問題以待解決，問題條列如下：

1. 目前文獻中並未針對多階層架構的複雜系統討論子系統之間的耦合強度。

根據現有文獻，耦合強度目前多用於非階層狀架構的複雜系統當中，對於多階層狀架構鮮少有進一步探討。Alyaqout等人雖利用改良全域敏感度方程組提出對於Kirsch雙層模型的耦合強度的計算，但並未針對現行常用複雜系統設計方法—解析目標傳遞法加以探討。

2. 目前對於複雜系統的架構並未提出一系統化簡化方法。

雖然目前複雜系統的設計方法幾乎以拆解方式作為主要策略，但是拆解後的各子系統仍須重複計算，即使子系統已符合收斂情況。Han等人雖然利用連續線性近似配合解析目標傳遞法，在每次迭代中，移除不必要的子系統，但此方式仍有需多可以改進的地方，例如，僅適用於可以連續線性近似的函數中、需驗證機制的輔助而減緩移除系統的效果等。

3. 現有解析目標傳遞法的各種策略對於考量函數計算量(function count)鮮少探討。

多數的策略主要著重在解析目標傳遞法的收斂速度或是子系統之間的資訊一致性上，卻鮮少有考慮到函數計算量，特別是解析目標傳遞法的系統中包含需要進行模擬分析模型，若能減少一定函數計算量，則對整體運算成本有相當的幫助。

第三章 研究方法

大尺度或複雜系統之設計與整合長久以來一直是工程師欲想解決的問題之一。由於複雜系統的特性使得解決此類問題需耗時許久，倘若需要加入可靠度設計、多目標設計等更進一步設計方法後，勢必整體設計成本會大幅增加，為解決此類問題我們認為從設計方法本身進行改革會是一有效方式，故本文將針對常用複雜系統設計方法—解析目標傳遞法提出改良方案。在此，本研究提出了利用“暫緩”的概念，也就是拆解的架構形態在某一設計點下會隨著迭代的結果進行修正，將部分子系統暫緩計算，由於部份子系統暫緩計算，因此可以認為子系統是處於暫時移除的狀態。如此一來，設計者由於結構會隨著設計點不同而改變，並不需要針對系統拆解的部份著墨太多，同時部分子系統暫緩計算，可以減少計算的成本，並且加速整體的設計流程的效率。圖3.1為本研究提出的複雜系統設計方法之整體策略流程概念圖。

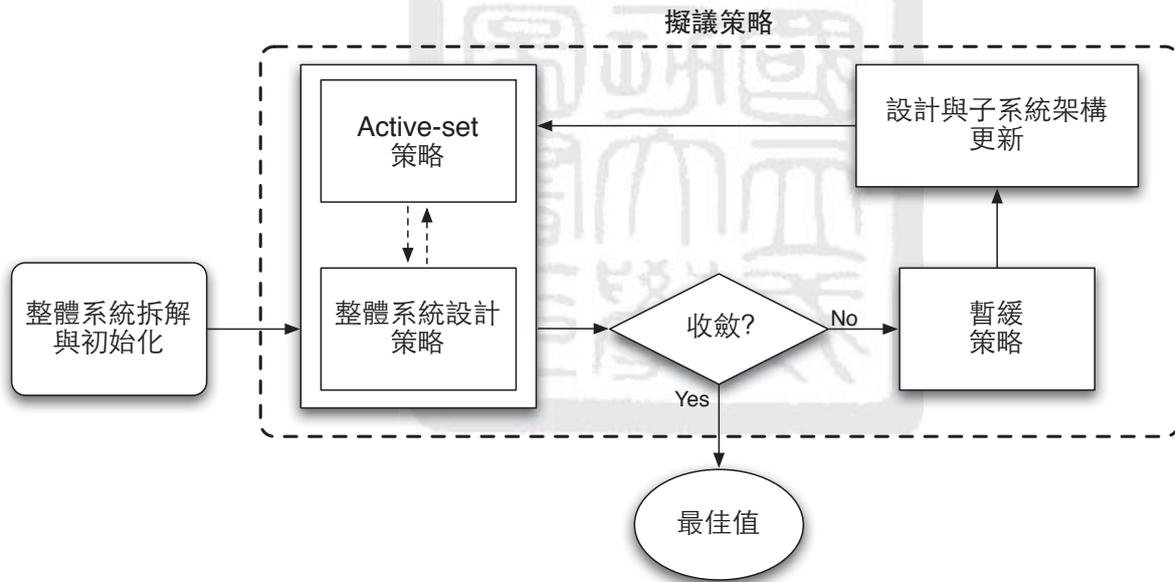


圖 3.1: 策略流程概念圖

本論文提出的設計流程包含針對複雜系統基本求解方式—解析目標傳遞法、複雜系統架構更新步驟—暫緩策略(suspension strategy)以及針對子系統中過多函數計算量之解決方案—active-set策略等三個部分。在後續的章節中我們將仔細描述設計流程中各個部分之作法：在3.1節中，將描述如何將現有解析目標傳遞法運用在本設計流程當中。於3.2節中，將根據文獻中的改良全域敏感度方程組加以延伸至多階層系統當中，並推得出子系統之間的耦合強度，隨後，根據推得之耦合強度提出暫緩策略。最後在3.3節中，將探討於最佳化方法中用於減少計算量之active-set策略，若使用於子系統最佳化模型並且此最佳化模型擁有許多且具有龐大計算量之拘束條件時之解決方案。

3.1 整體系統設計策略

為解決複雜系統之設計問題，在本節中將引用先前介紹的解析目標傳遞法作為系統設計方法。於文獻回顧中，得知解析目標傳遞法到目前為止已有多種運算策略被發展出來，於是必須要多種策略中選出對於本論文所提出策略能夠加以配合運用的策略。

在目前的方法中，Tosserams等人所提出的增廣拉格朗日方法，經由Han等人測試後是目前具有較佳的收斂性質的方法之一 [12]，如圖3.2所示，同時此方法不需要像連續線性近似演算法或二次對角近似法需要大幅變動原先解析目標傳遞法之數學模型的項次，其僅需要額外多加項次，同時增廣拉格朗日方法，如同權重更新法一樣，必須使用一個外迴圈來更新懲罰函數的參數，但不像權重更新法需要計算許多偏微分項次，因此增廣拉格朗日法將在本論文中作為執行解析目標傳遞法的主要策略，其子系統詳細數學方程式已於2.1.4節中加以探討，數學方程式如式(2.8)所示。

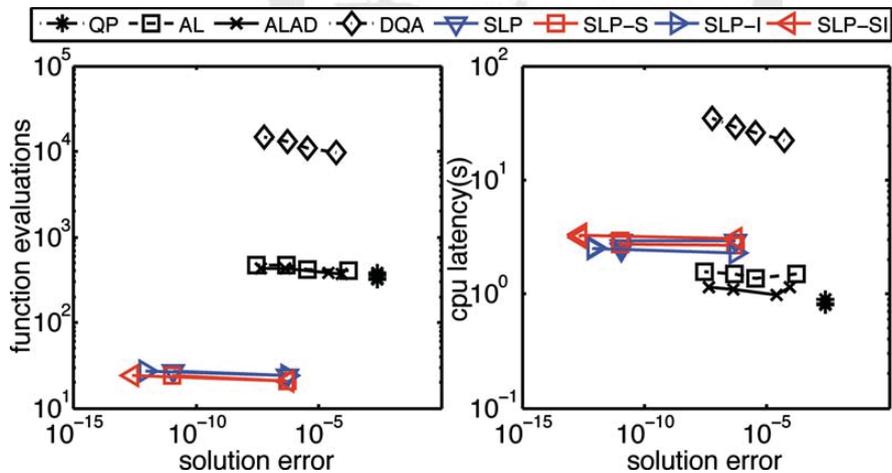


圖 3.2: 解析目標傳遞法收斂速度之比較圖 [12]

當使用解析目標傳遞法—增廣拉格朗日策略進行運算時，須使用兩個巢狀迴圈：內迴圈為系統目標傳遞計算迴圈，經由多次迭代計算，使得子系統之間資訊傳遞達到穩定狀態；外迴圈為拉格朗日參數更新迴圈，加快解析目標傳遞法的收斂。關於拉格朗日參數之更新的情況如以下說明：由於解析目標傳遞法中系統拘束條件的鬆弛造成子系統之資訊的不一致，因此適當的懲罰函數的參數調整可以有效降低資訊的誤差。一般來說，有兩種參數可以進行調整， v 與 w ，並且通過以下兩種機制降低資訊的不一致。

- v 值接近最佳化模型中的拉格朗日乘子
- w 值接近於無限大

第二種參數 w 的一系統化更新方法已於權重更新法中 [9]中被介紹，而 v 的加入可以避免當 w 趨近於無限大時，在運算過程中出現病態條件(ill-conditioning)狀況，而在解析目標傳遞法-增廣拉格朗日法中，則介紹以下 v 與 w 的更新機制。

$$v^{I+1} = v^I + 2w^I \circ w^I \circ i_c^I \quad (3.1a)$$

$$w^{I+1} = \beta w^I \quad (3.1b)$$

式(3.1a)為 v 的更新機制，而式(3.1b)為 w 的更新機制，在式(3.1)中， I 表示外迴圈數-拉格朗日參數更新迴圈次數， i_c 表示在內迴圈中系統目標傳遞計算迴圈所達到的資訊一致性結果，而 $\beta \geq 1$ 且 $2 < \beta < 3$ 會有最佳的收斂程度。

在解析目標傳遞法所使用之策略決定後，將描述本論文所提出整體系統的設計流程。從先前的章節中，已經得知子系統之間的資訊流傳遞步驟，參考2.1.2節，當資訊流傳遞從最頂層子系統開始傳遞資訊至最底層系統時，我們將其定義為“一次”系統目標傳遞的計算流程。

當完成“一次”系統目標傳遞的計算流程後，可以根據每層的計算結果，執行暫緩策略以及active-set策略，暫緩策略與active-set策略的相關步驟在稍後章節中，將會有詳細的說明，並將上述兩個策略的結果運用到下一次的“一次”系統目標傳遞中，如此反覆下去，當子系統之間的資訊流交換達到穩定狀態時，同時檢驗子系統之間的資訊是否達到一致性的容許誤差量，若是，則表示整體系統已達到收斂狀態，若否，則稱其完成內迴圈計算-系統目標傳遞計算迴圈，並且進入到外迴圈-拉格朗日參數更新迴圈，待參數更新完後，再次回到解析目標傳遞法之計算迴圈進行運算，直到子系統之間的資訊達到一致性。

將上述之描述作一整理，可歸納出整體設計流程步驟，其描述如下：

1. 獲得一多階層系統架構，利用此架構進行解析目標傳遞法之計算，完成“一次”系統目標傳遞。
2. 根據計算之結果，進行子系統之暫緩策略與active-set策略，完成系統之簡化並更新系統架構，回到上一步，再次進行解析目標傳遞法之計算，直到解析目標傳遞法之計算達到穩定狀態。

3. 當解析目標傳遞法之計算達到穩定狀態，並且資訊流未達到一致性的容許誤差量時，進行拉格朗日參數之更新步驟，並回到第一步。
4. 直到解析目標傳遞法之計算達到穩定狀態，並且資訊流達到一致性的容許誤差量時，此問題則表示呈收斂狀態。

3.2 子系統架構之暫緩策略

於3.1節中，運用現有解析目標傳遞法中的增廣拉格朗日法作為整體系統求解的主要方法。在本節中，將描述在系統求解過後，如何使用現有的系統資訊，配合改良全域敏感度方程組推算出子系統之間的耦合強度，並根據推算出的耦合強度進行系統架構之更新。

3.2.1 耦合強度

由先前的文獻探討中所推得之耦合強度通常是用於非階層架構之系統當中，於是在本節中，將根據敏感度分析推算出適用於多階層架構中的耦合強度。根據前人的探討，耦合變數的敏感度可以決定耦合強度。根據Allison對耦合強度於複雜系統之影響說明 [23]，耦合強度通常可以從系統對耦合變數的敏感度高低看出，倘若某系統的對於某耦合變數有著高度敏感度，即表示此耦合強度大。因此在多階層架構當中，將定義子系統 P_{ij} 的耦合強度 $\Gamma_{(i+1)k}^{ij}$ 為子系統 P_{ij} 與下層子系統 $P_{(i+1)k}$ 之響應變數 $R_{(i+1)k}^i$ 的敏感度。若子系統 P_{ij} 對響應變數 $R_{(i+1)k}^i$ 有著較小的敏感度時，從下層系統 $P_{(i+1)k}$ 所傳遞上來的資訊對於子系統 P_{ij} 僅具有較小的影響力，因此我們可以說子系統 P_{ij} 與 $P_{(i+1)k}$ 之間的耦合強度較小。

在先前文獻中，大部分使用敏感度分析矩陣的耦合強度之計算鮮少考量到設計變數之間的相依性，因此在本論文所提出的耦合強度除了包含子系統的輸出以及輸入的敏感度外，同時也考量到設計變數之間的相依性，並根據先前Alyaqout等人 [18]所提出的改良全域敏感度方程組，其中加入了最佳性條件-KKT條件可使得敏感度分析包含設計變數的相依性，故將其使用於本論文定義的耦合強度。耦合強度之方程式，如式 (3.2)所示：

$$\begin{aligned}
\Gamma_{(i+1)k}^{ij} &= \frac{df_{ij}}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^i} \\
&= \frac{\partial f_{ij}}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)k}^i} + \frac{\partial f_{ij}}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)l}^i} \frac{d\mathbf{R}_{(i+1)l}^i}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^i} + \frac{\partial f_{ij}}{\partial \mathbf{R}_{ij}^i} \frac{d\mathbf{R}_{ij}^i}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^i} + \\
&\quad \frac{\partial f_{ij}}{\partial \mathbf{y}_{(i+1)k}^i} \frac{d\mathbf{y}_{(i+1)k}^i}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^i} + \frac{\partial f_{ij}}{\partial \mathbf{y}_{ij}^i} \frac{d\mathbf{y}_{ij}^i}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^i} + \frac{\partial f_{ij}}{\partial \mathbf{x}_{ij}} \frac{d\mathbf{x}_{ij}}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^i}, \quad k, l \in C_{ij}, l \neq k
\end{aligned} \tag{3.2}$$

方程式(3.2)為本論文所使用的耦合強度之數學定義。 $\Gamma_{(i+1)k}^{ij}$ 為子系統 $P_{(i+1)k}$ 和 P_{ij} 之間的耦合強度，其物理意義為子系統 $P_{(i+1)k}$ 對子系統 P_{ij} 的影響。在方程式(3.2)中等式右邊的項次是經由根據子系統 P_{ij} 的目標函數 f_{ij} 與各類型變數的關係，利用微積分中的連鎖律所推導得到，其中第一項為目標函數 f_{ij} 與欲測試之下層子系統響應變數的偏微分項，第二項、第三項分別為目標函數 f_{ij} 與第 $i-1$ 、 $i+1$ 層子系統響應變數的偏微分項和第 $i-1$ 、 $i+1$ 層子系統與欲測試之第 $i+1$ 層子系統響應變數的全微分項之乘積，第四項、第五項為目標函數 f_{ij} 與系統連結變數的偏微分項和系統連結變數與欲測試之第 $i+1$ 層子系統響應變數的全微分項之乘積，最後一項為目標函數與區域設計變數的偏微分項和區域設計變數與欲測試之第 $i+1$ 層子系統響應變數的全微分項之乘積。

由於多階層架構中是經由子系統響應變數進行連結，並且在解析目標傳遞法中同時子系統響應變數也作為子系統的設計變數之一，因此，當我們將改良全域敏感度方程組運用至本論文所定義的耦合強度中，我們僅需要使用改良全域敏感度方程組當中的D部分：子系統的設計變數之間的偏微分，如式(2.16g)所示。在式(3.2)中等式右邊的全微分項便是經由改良全域敏感度方程組所計算出來，詳細數學方程式如式(3.3)所示。

$$\begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{R}_{(i+1)l}^i}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^i} \\ \frac{d\mathbf{R}_{ij}^i}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^i} \\ \frac{d\mathbf{y}_{(i+1)k}^i}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^i} \\ \frac{d\mathbf{y}_{ij}^i}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^i} \\ \frac{d\mathbf{x}_{ij}}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\partial \mathbf{R}_{(i+1)l}^i}{\partial \mathbf{R}_{ij}^i} & -\frac{\partial \mathbf{R}_{(i+1)l}^i}{\partial \mathbf{y}_{(i+1)k}^i} & -\frac{\partial \mathbf{R}_{(i+1)l}^i}{\partial \mathbf{y}_{ij}^i} & -\frac{\partial \mathbf{R}_{(i+1)l}^i}{\partial \mathbf{x}_{ij}} \\ -\frac{\partial \mathbf{R}_{ij}^i}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)l}^i} & 1 & -\frac{\partial \mathbf{R}_{ij}^i}{\partial \mathbf{y}_{(i+1)k}^i} & -\frac{\partial \mathbf{R}_{ij}^i}{\partial \mathbf{y}_{ij}^i} & -\frac{\partial \mathbf{R}_{ij}^i}{\partial \mathbf{x}_{ij}} \\ -\frac{\partial \mathbf{y}_{(i+1)k}^i}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)l}^i} & -\frac{\partial \mathbf{y}_{(i+1)k}^i}{\partial \mathbf{R}_{ij}^i} & 1 & -\frac{\partial \mathbf{y}_{(i+1)k}^i}{\partial \mathbf{y}_{ij}^i} & -\frac{\partial \mathbf{y}_{(i+1)k}^i}{\partial \mathbf{x}_{ij}} \\ -\frac{\partial \mathbf{y}_{ij}^i}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)l}^i} & -\frac{\partial \mathbf{y}_{ij}^i}{\partial \mathbf{R}_{ij}^i} & -\frac{\partial \mathbf{y}_{ij}^i}{\partial \mathbf{y}_{(i+1)k}^i} & 1 & -\frac{\partial \mathbf{y}_{ij}^i}{\partial \mathbf{x}_{ij}} \\ -\frac{\partial \mathbf{x}_{ij}}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)l}^i} & -\frac{\partial \mathbf{x}_{ij}}{\partial \mathbf{R}_{ij}^i} & -\frac{\partial \mathbf{x}_{ij}}{\partial \mathbf{y}_{(i+1)k}^i} & -\frac{\partial \mathbf{x}_{ij}}{\partial \mathbf{y}_{ij}^i} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{R}_{(i+1)l}^i}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)k}^i} \\ \frac{\partial \mathbf{R}_{ij}^i}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)k}^i} \\ \frac{\partial \mathbf{y}_{(i+1)k}^i}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)k}^i} \\ \frac{\partial \mathbf{y}_{ij}^i}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)k}^i} \\ \frac{\partial \mathbf{x}_{ij}}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)k}^i} \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

在方程式(3.3)中的偏微分項次是經由子系統 P_{ij} 最佳化模型中的KKT條件所推導出來。在求解子系統 P_{ij} 的最佳化模型後，可以得到相對應KKT條件方程式， $\mathcal{K}_{ij} = 0$ ，方程式如式(3.4)所示，並且子系統 P_{ij} 之區域變數、響應變數以及連結變數均滿足方程式(3.4)，因此我們可以經由式(3.4)得到區域變數、響應變數以及連結變數等子系統之設計變數的函數關係式，進一步求得式(3.3)中的偏微分量值，也因此設計變數的相依性也就此納入耦合強度當中。

$$\mathcal{K}_{ij}(\mathbf{R}_{(i+1)l}^i, \mathbf{R}_{ij}^i, \mathbf{y}_{(i+1)k}^i, \mathbf{y}_{ij}^i, \mathbf{x}_{ij}) = 0 \quad (3.4)$$

3.2.2 暫緩策略

藉由耦合強度，可以預測出子系統對整體系統之影響，因此我們使用上節所定義的耦合強度，針對特定子系統來進行暫緩策略，也就是子系統“暫時移除”之步驟。當式(3.2)中 $\Gamma_{(i+1)k}^{ij}$ 的值較大時，表示子系統 P_{ij} 對於響應變數 $R_{(i+1)k}^i$ 有較高敏感度，也就是子系統 $P_{(i+1)k}$ 對子系統 P_{ij} 有較強耦合，因此當移除 $P_{(i+1)k}$ 時，其整體系統之解會出現明顯的改變。反之， $\Gamma_{(i+1)k}^{ij}$ 的值較小時，子系統 P_{ij} 對於響應變數 $R_{(i+1)k}^i$ 有較低敏感度，則移除 $P_{(i+1)k}$ ，對於整體系統之解並不會有太大的影響。總而言之，本論文所提出的暫緩策略是將階層狀架構中對於求解過程中較不重要的子系統移除並保持一定的準確度。

當利用耦合強度在進行暫緩子系統計算的過程時，由於解析目標傳遞法在每次迭代過後子系統的資訊會進行更新，也因此我們所計算出來的耦合強度也必須進行更新，於是先前所被移除的子系統可能在本次迭代中影響程度較大，是故在本次迭代再度加入解析目標傳遞法的求解過程中，直到下次再被移除。因此對於整個策略來說，可說是其為一種暫緩子系統計算或是對子系統暫時移除之作法，同時此策略是以持續且反覆形式下進行，以增加整體運算的效率。

在將一子系統暫時移除後，為了保持解析目標傳遞法的數學模型的完整，以應付後續迭代計算時子系統再度加入運算過程的需求，其作法是將被移除之子系統所傳遞的響應變數的資訊維持在子系統被移除前的資訊。在先前章節中式(2.5)提到子系統 P_{ij} 的設計變數包含了 $\bar{\mathbf{x}}_{ij} = [\mathbf{x}_{ij}, \mathbf{y}_{ij}^i, \mathbf{R}_{(i+1)k_1}^i, \dots, \mathbf{R}_{(i+1)k_{c_{ij}}}^i]^T$ ，當 $\bar{\mathbf{x}}_{ij}$ 在第 i 次迭代中為 $\bar{\mathbf{x}}_{ij}^i$ ，倘若子系統 $P_{(i+1)k_1}^i$ 在第 $i+1$ 次迭代時被移除，則在第 i 次迭代時響應變數 $\mathbf{R}_{(i+1)k_1}^i$ 仍維持在第 i 次迭代時的資訊，即 $\mathbf{x}^{i+1} = \mathbf{x}^i$ 。如此一來，整體系統在運算時，於數學模型上既能夠保持原先的型態，同時也

能表示移除子系統之情況。

以下將一個三階層架構之系統進行說明，子系統之間的響應變數與連結變數如圖3.3所示，當分別計算出 $\mathbf{R}_{21}, \mathbf{R}_{22}$ 對 P_{11} 的耦合強度 Γ_{21}, Γ_{22} 後，倘若 $\Gamma_{21} < c\Gamma_{22}$ 時，可以判定子系統 P_{21} 相對於 P_{22} 有著較小影響力，因此子系統 P_{21} 便可被移除，同時因為子系統 P_{21} 其所相連的子系統 C_{21} 並不會直接對於 P_{11} 產生影響，因此子系統 C_{21} 可以一併移除，如圖3.3(a)所示，故在下一次迭代中，只有子系統 P_{11}, P_{22} 以及 P_{33} 需要進行運算，同時 P_{21} 傳給 P_{11} 的資訊將保持在被移除前的狀態。當解析目標傳遞法的運算過程進行到某一迭代時，耦合強度 Γ_{21}, Γ_{22} 之強度相當，無法移除任一個子系統，因此，演算法將比較其下層系統的耦合強度，如圖3.3(b)所示，當分別計算出 $\mathbf{R}_{31}, \mathbf{R}_{32}$ 對 P_{21} 的耦合強度 Γ_{31}, Γ_{32} ，並且 $\Gamma_{31} < c\Gamma_{32}$ 時，即可移除 P_{31} 。

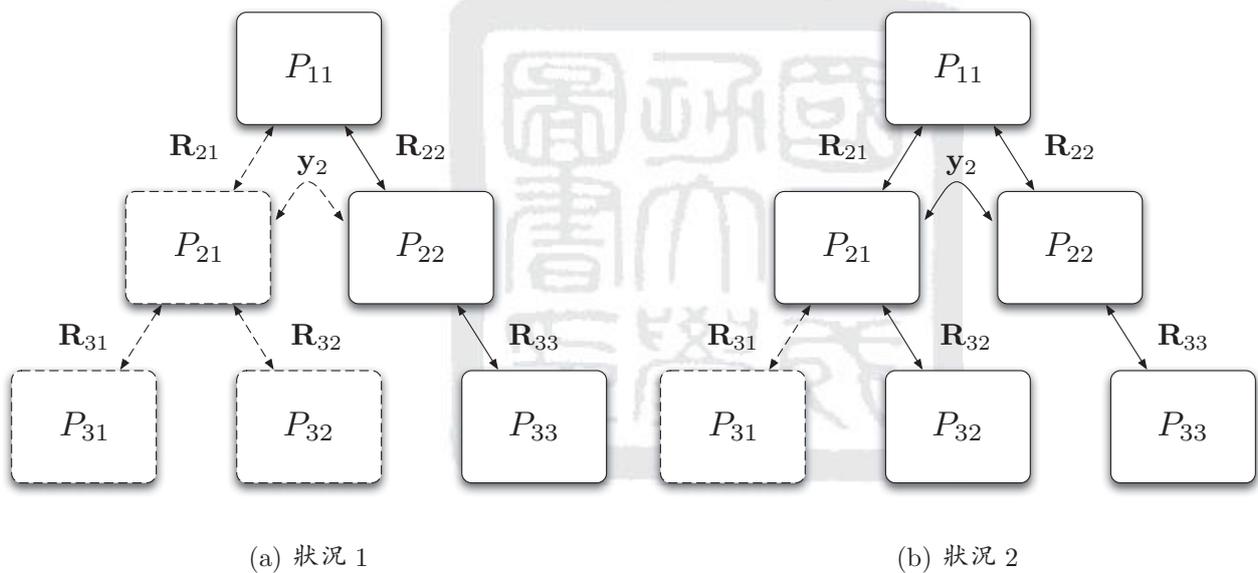


圖 3.3: 子系統“暫時移除”示意圖

在上述範例執行暫緩策略時，於比較判斷式中加入一移除參數 c ，其大小是根據使用者所決定的並且是介於 $[0, 1]$ 。當提高 c 值時，同時也會增加子系統被移除的機率，反之，過小的 c 值會造成無法執行移除子系統之行爲，但是我們必須注意的是，過多次數的子系統移除可能會造成整體系統有太大的誤差。由於 c 值對於移除策略會有直接的影響，因此需要非常注意 c 值的大小。基本上， c 值主要取決於题目的考量，在後續章節的範例中，將演示當 c 值改變時移除策略將有何種影響。

本移除策略與先前Han等人所提出的策略皆是用於解析目標傳遞法的多階層架構上，並且能達到於運算過程時系統架構簡化之功能，但是兩者還是具有極大的不同之處。其一

是Han等人所提出的策略主要是根據連續線性近似法中的設計點運算時的步伐大小，而步伐大小是連續線性近似法特有的設計變數，因此此策略只能運用於解析目標傳遞法-連續線性近似演算策略當中，並不能延伸運用至其他方法中，而本策略是根據子系統所計算出來的資訊，另外計算子系統之間的耦合強度，並基於耦合強度的強弱判定是否移除子系統，由於耦合強度是單純利用子系統所提供的資訊，因此可以加以推廣到其他演算方法當中。其二是本策略是經由耦合強度判定是否移除子系統，而耦合強度本身不需要另外的資訊輔助驗證是否有效，也因此可以完全達到減少計算成本的作用。

3.3 子系統最佳化模型之active-set策略

目前我們所探討的複雜系統之設計方法是以解析目標傳遞法為主要方法，此方法是將整體系統進行拆解並分成多個子系統進而求解，對於拆解系統的方式主要是以遵循自然法則或者是相關領域之關係作為準則。倘若，拆解過後的某一子系統，由於領域的特性或自然法則的緣故，導致子系統內的拘束條件過多。過多的拘束條件，會造成函數運算量的增加，降低計算速度，同時，會導致問題過於複雜且難以求解，對於子系統之間所傳遞的資訊可能會有錯誤，導致整體問題收斂到錯誤的答案。因此，這裡引用active-set策略 [24,25]來解決拘束條件過多的問題。

active-set策略主要是在設計過程中辨認出具有active性質的拘束條件以增進求解速率。基本上，當全部具有active性質的拘束條件都已得知時，在設計過程中的迭代次數就有可能減少。對於整體系統中每個子系統的最佳化模型進行求解時，active-set策略將根據子系統中目標函數與拘束條件的梯度方向來提供是否有拘束條件具有active性質的資訊，並根據每次系統目標傳遞迭代計算的結果使子系統內的拘束條件作最佳的增減。對於active-set策略步驟主要分為兩部分。在3.3.1節中將說明子系統拘束條件之移除狀況，於3.3.1節中將說明子系統拘束條件之重置狀況。

3.3.1 拘束條件之移除

根據迭代計算後的結果，可得目前設計點的位置，利用此設計點計算子系統目標函數與拘束條件之梯度方向。當目標函數與某一拘束條件梯度兩者方向相同時，表示此拘束條件將不會影響目標函數往較小值的方向移動，因此，此拘束條件可以在此次迭代中將其移除。

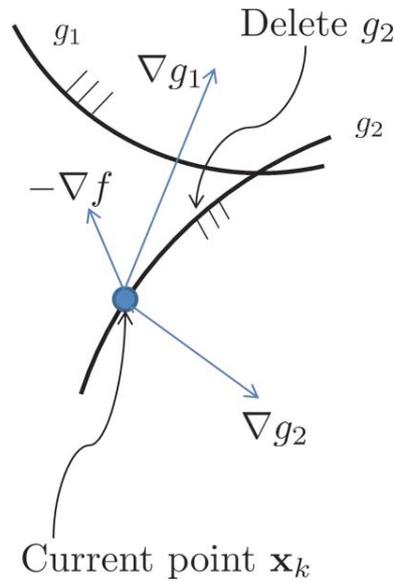


圖 3.4: active-set 策略示意圖—拘束條件移除狀態

如圖3.5所示，當目前設計點 \mathbf{x}_k 分別計算目標函數 f 與拘束條件 g_1 和 g_2 的梯度方向 ∇f 、 ∇g_1 以及 ∇g_2 ，發現其中 ∇f 與 ∇g_2 的方向是為相同，在隨後的運算過程中，拘束條件 g_2 並不會影響到找尋最小值的方向，因此，將隨後的最佳化過程中把拘束條件 g_2 移除。

3.3.2 拘束條件之重置

倘若在先前子系統最佳化迭代計算過程中，移除了某一拘束條件後，在本次迭代計算時，將根據所得到的設計點並代入其被移除之拘束條件後，檢驗是否違反拘束條件。當本次設計點會造成拘束條件的違反，則此拘束條件將會加入隨後的迭代計算過程中。

如圖3.5所示，目前已知拘束條件 g_2 已在最佳化迭代計算中被排除，可是目前設計點 \mathbf{x}_k 所在位置是已違反拘束條件 g_2 ，因此在隨後的最佳化過程中，拘束條件 g_2 將會影響找尋最小值的方向，是故拘束條件 g_2 將重置於最佳化運算中。

3.3.3 active-set 策略之執行

當每次最佳化迭代計算的過程，拘束條件若符合3.3.1、3.3.2節中所描述的情況，便利用上述之規則更新拘束條件的工作集合(working set)。在此，必須注意的是，在一般的情況下若有多個欲移除的拘束條件，通常我們是選擇違反規則最嚴重的拘束條件進行移除的動作；

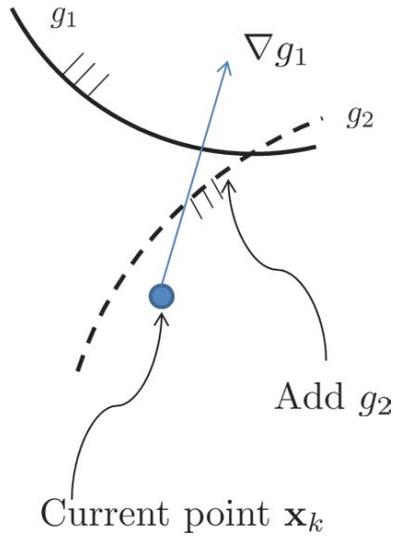


圖 3.5: active-set 策略示意圖—拘束條件加入狀態

若在增加拘束條件時，有多個欲增加的拘束條件，同樣地，我們是選擇違反量最大的拘束條件進行增加的動作 [24]。以上增減拘束條件的數量限制是為一啟發式的方法，雖然在少數情況下無法獲得最大功效，但是在大多數的情況下仍是為一建議方法。

3.4 設計策略總結

由於子系統經過移除策略後，子系統部分將被移除，因此對於拆解後的多階層架構來說其架構會跟著改變，並且在執行最佳化過程中，子系統的拘束條件也會因active-set策略進行而移除，對於複雜系統設計問題來說，整個問題變為一較為簡單、易解的問題。經過設計流程中的主要兩個策略的運算後，系統架構之變化情況，如圖3.6所示。

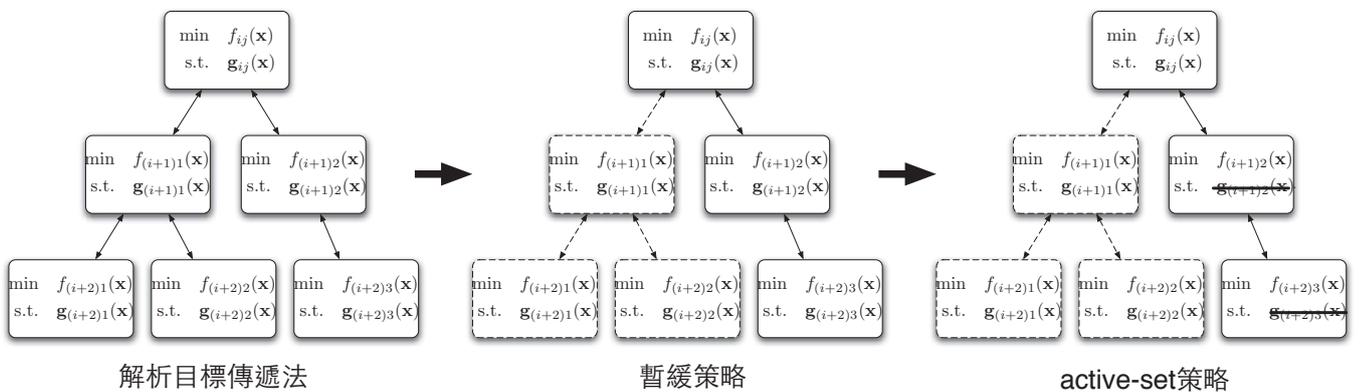


圖 3.6: 系統架構變化圖

在本章中，我們介紹一個針對複雜系統設計的改良策略，以解析目標傳遞法為求解架構，加上以耦合強度為基礎概念之暫緩策略與針對子系統的最佳化模型的拘束條件計算成本之active-set策略，用來減少複雜系統由於子系統耦合的緣故在求解過程中所耗費的計算量，並且加快複雜系統的整體設計流程的速度。

經由本章節的介紹，本論文中所提出的設計流程以及於流程中各策略之作法已有初步的認識與了解，圖3.7為本論文提供的改良策略之設計策略流程圖，在隨後兩章中將分別以數學範例、工程範例以及一汽車外型簡易設計來展示本設計流程之運算結果，並根據結果進行討論。



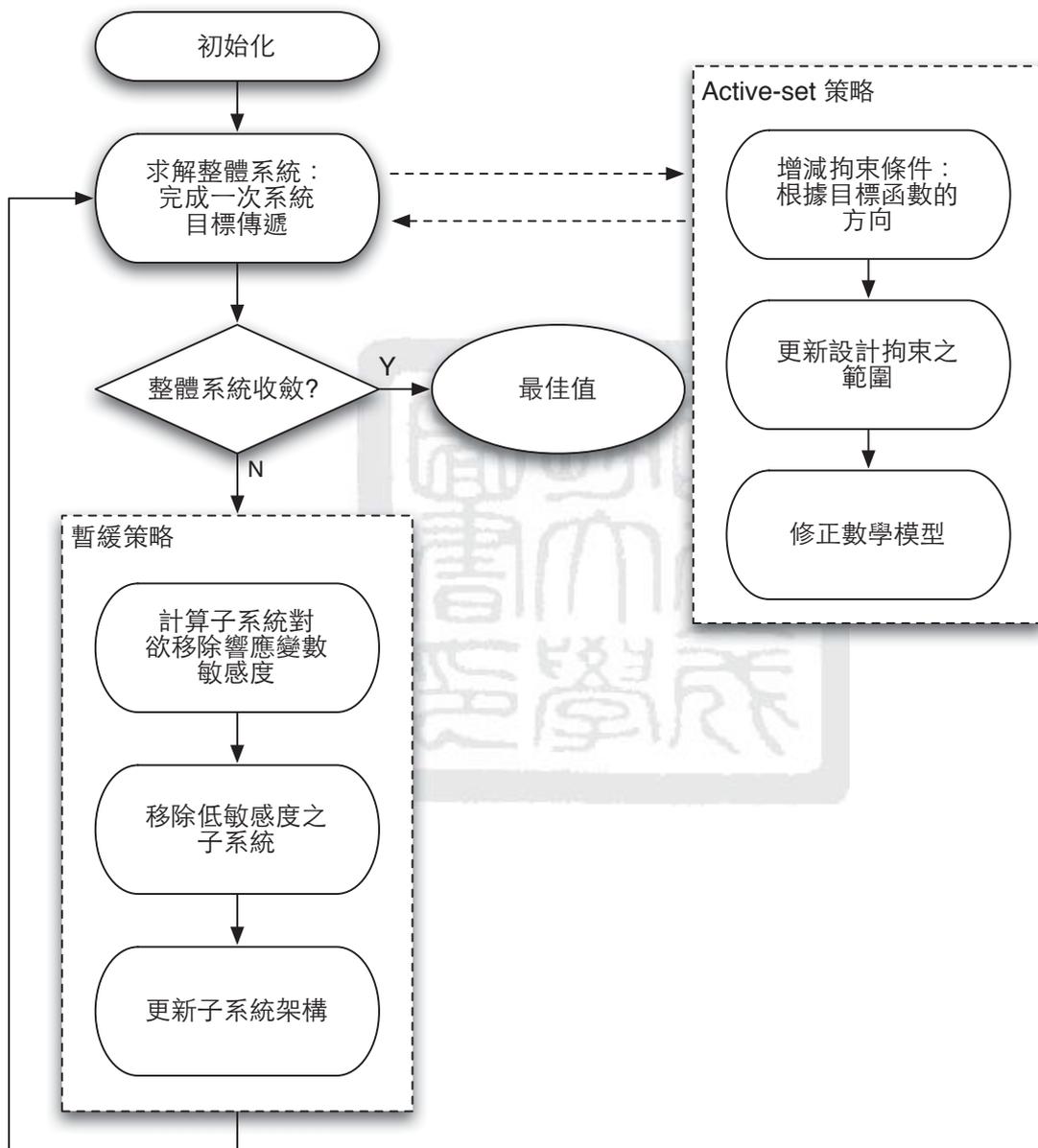


圖 3.7: 設計策略流程圖

第四章 數學與工程範例

在我們所提的策略中，active-set策略是用於子系統最佳化模型，目的為幫助子系統在擁有過多拘束條件時，能加快最佳化運算。目前在複雜系統的測試範例中，由於時間的關係，所處理的問題通常較為簡單、拘束條件也不多，因此對於active-set策略的運用都無法顯著看出成果。由於適用於active-set策略的測試範例稀少，因此於後面章節的範例將不考慮active-set策略，而以暫緩策略作為主要示範策略。另外關於active-set策略於最佳化運算部份於文獻中已展示許多類型範例 [24,25]。在本節，我們將一個數學範例–幾何規劃之簡化範例與一個工程範例–固定架設計，來展示整體設計方法的成果，並加以探討執行策略時所遭遇到的狀況與問題

4.1 簡化幾何規劃數學範例

4.1.1 問題描述與模型建構

本數學範例為在解析目標傳遞法中最被廣泛使用的範例之一，幾何規劃模型(geometric programming, GP) [4]，在本範例中我們使用一簡化幾何規劃模型之版本來展示我們方法流程，原數學模型如式(4.1)所示。根據變數與函數之間的關係將系統拆解後，整個系統架構轉換為雙層架構，並且在上層存有一子系統 P_{11} ，於下層存有兩個子系統 P_{21} 與 P_{22} ，而下層子系統 P_{21} 、 P_{22} 與上層子系統 P_{11} 之響應變數分別為 x_1 和 x_2 。 x_5 為子系統 P_{21} 與 P_{22} 的連結變數。在子系統中，子系統 P_{11} 沒有區域變數與拘束條件，只負責最小化響應變數與連結變數的資訊一致性；在子系統 P_{21} 中， x_3 和 x_4 為區域變數， g_1 和 h_1 為拘束條件；在子系統 P_{22} 中， x_5 和 x_6 為區域變數， g_2 和 h_2 為拘束條件。

$$\begin{aligned} \min_{x_1, \dots, x_7} \quad & x_1^2 + x_2^2 \\ \text{s.t.} \quad & g_1 : x_3^{-2} + x_4^2 - x_5^2 \leq 0 \\ & g_2 : x_5^2 + x_6^{-2} - x_7^2 \leq 0 \\ & h_1 : x_1^2 - x_3^2 - x_4^{-2} - x_5^2 = 0 \\ & h_2 : x_2^2 - x_5^2 - x_6^2 - x_7^2 = 0 \\ & x_1, x_2, \dots, x_7 \geq 0 \end{aligned} \tag{4.1}$$

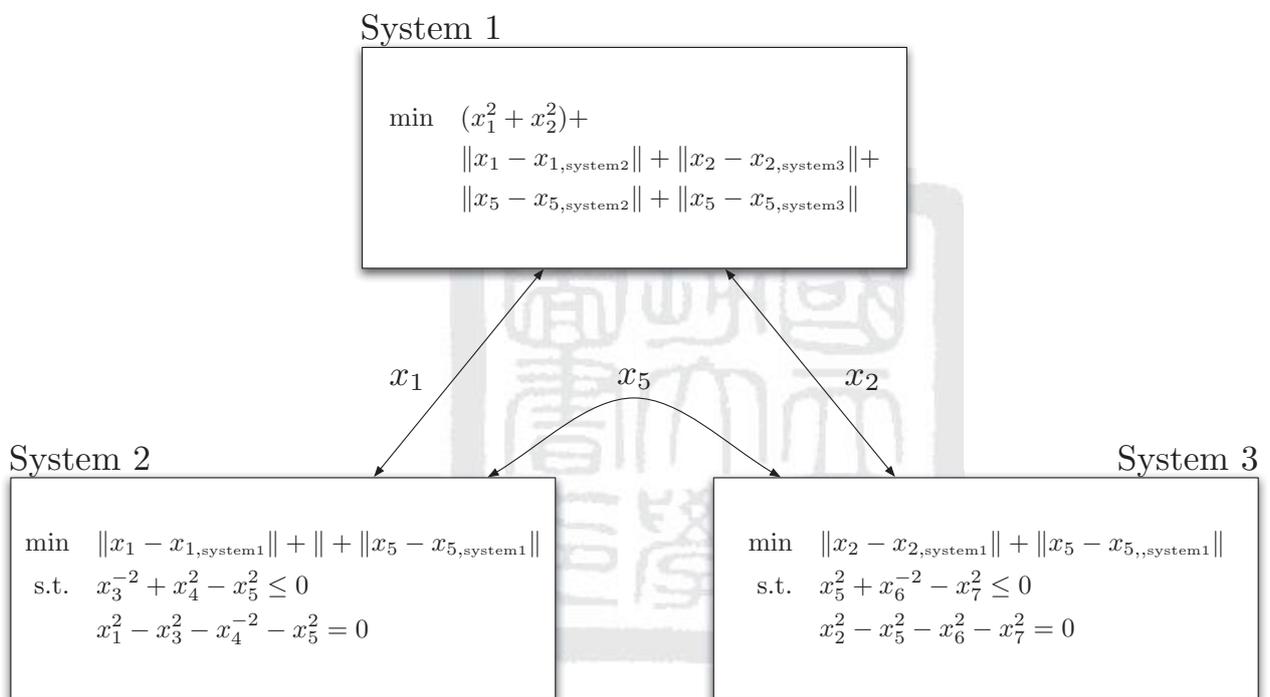


圖 4.1: 簡化幾何規劃範例—拆解系統架構圖

圖4.1為系統拆解後之架構圖，並且在架構中標註各子系統的基本數學模型。其數學式中，下標-system1、system2、system3分別表示此資訊是由哪個系統所傳遞過來的，此外為了簡化系統標示，數學模型中並未加入正式解析目標傳遞法的數學標示。

4.1.2 結果與討論

在本範例中，未拆解之整體系統的最佳解將作為比較基準，與執行解析目標傳遞法之拆解系統的最佳值作一比較，另外也將比較在解析目標傳遞法中執行暫緩策略與否，是否對整體效率有實質幫助。在每次完成“一次”系統目標傳遞後，暫緩策略將會計算個子系統的耦合強度來判斷是否移除子系統。範例中，整個設計流程中內迴圈-系統目標傳遞計算迴圈配合“暫時移除”策略，並隨著外迴圈-拉格朗日參數迴圈更新參數，當子系統之間的資訊流滿足一致性的容許誤差 10^{-3} 為止。

經過解析目標傳遞法的運算後，圖4.2中顯示約經過700次的外迴圈，並且每次再經過5次內迴圈後，本範例即可收斂到預設容許誤差內，同時可觀察到隨著計算迭代，資訊傳遞趨近於一致並且達到收斂狀態。表4.1列出目標函數與設計變數於最佳點時的狀態，從表中數據可以比較出使用暫緩策略與否，和原系統之結果並無太大差異，故加上暫緩策略並不會影響結果的準確性。

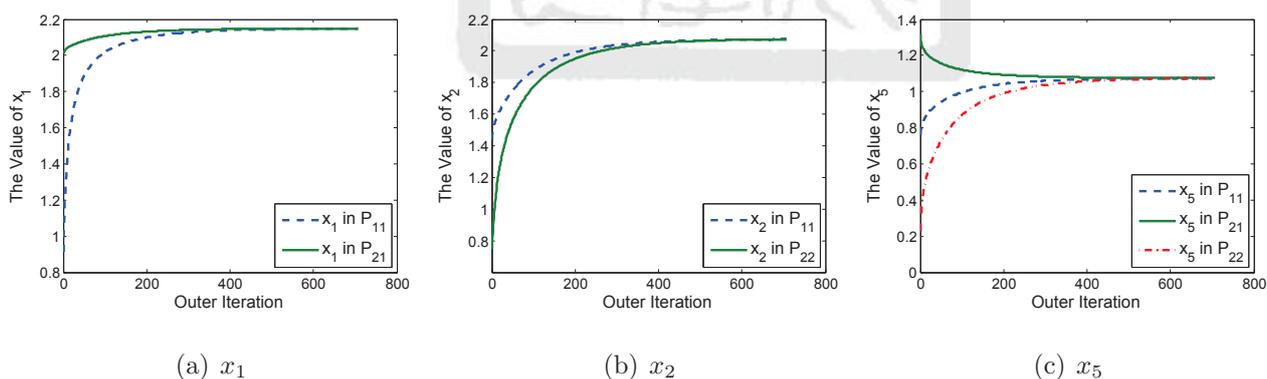


圖 4.2: 簡化幾何規劃範例-資訊流一致性狀態歷程圖, $c=0.2$

在確認策略準確性後，轉而觀察求解效率的狀況，而此部分是我們所注重的部分。從圖4.3與圖4.4中，可以觀察出在迭代過程中子系統元素 P_{21} 、元素 P_{22} 被移除的狀況，在圖中，橫軸為第幾次迭代，縱軸為子系統的指標，每個點表示哪個子系統元素在哪個迴圈下被移除，而縱軸為零的點則表示在此迴圈下無子系統被移除。

當使用暫緩策略並設定移除參數 c 為0.2時，在總子系統呼叫次數為10605次中，約

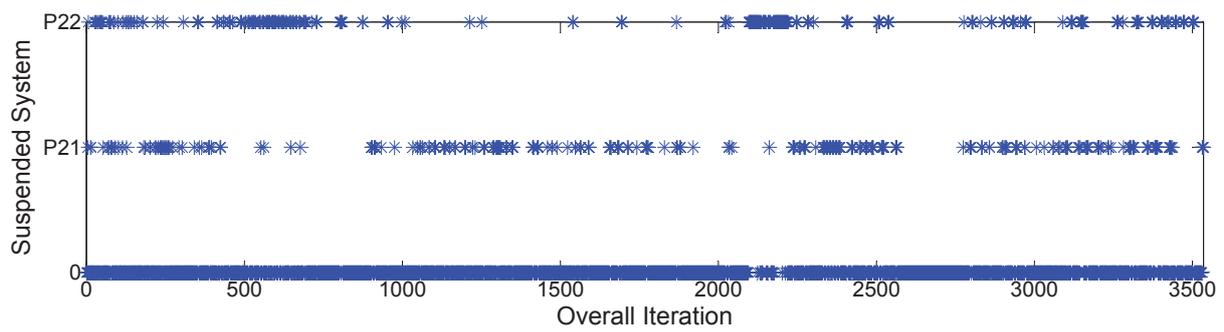


圖 4.3: 簡化幾何規劃範例-子系統移除歷程圖, $c=0.2$

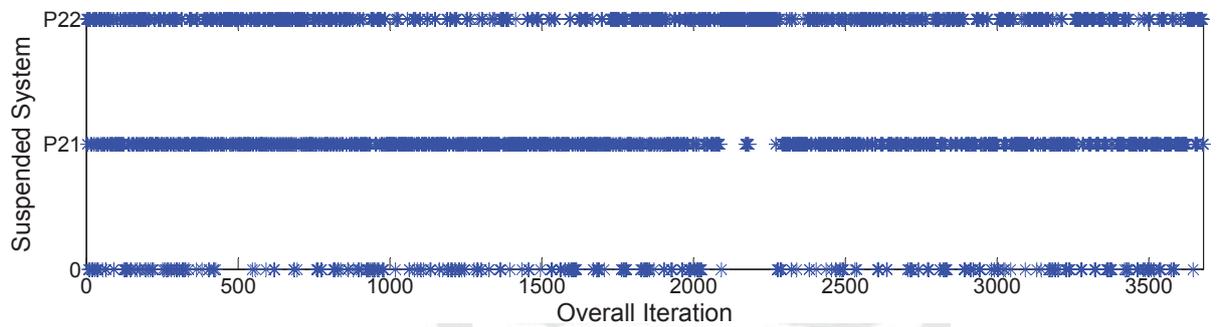


圖 4.4: 簡化幾何規劃範例-子系統移除歷程圖, $c=0.8$

有669次子系統計算暫時被移出運算過程，每次子系統的移除皆包含其分支，占總子系統呼叫次數約6.3%，其具有明顯的改善效果。另外，當移除參數 c 提高至0.8時，子系統移除的次數從先前 $c = 0.2$ 時的669次提高到3238次，占總子系統呼叫次數約29%，詳細比較結果如表4.1所示。在某些範例中， c 值的增加所造成過多的系統移除狀況狀況，可能會使得準確性下降。

當子系統被移除時，整體問題的架構會隨之改變，所以在求解過程中，迭代會隨著架構的改變而呈現不穩定的狀態，如圖4.5所示，響應變數或連結變數的一致性在計算過程中會出現明顯階梯狀的落差，而非平穩遞增/遞減狀態。這種狀況是由於子系統被移除時，被移除系統的資訊將不會進行更新，而保持在移除前的狀態，使得資訊暫時停止傳遞，直到被移除的子系統再次回到運算過程中，並使系統資訊更新與回復傳遞過程。倘若執行過多移除步驟，使得子系統資訊更新間隔太久，使得上下層的資訊差異過大，而造成明顯階梯狀的落差。這種資訊不連續的情況可能使得解析目標傳遞法最終收斂到其他的區域最佳解中，因此目前對於這種現象，基本的解決方式為移除參數 c 不宜設定過大。

表 4.1: 簡化幾何規劃範例-結果比較表

	f	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Efficiency Susp./Sys. Count
All-in-One	8.928	2.149	2.076	1.316	0.760	1.075	1.000	1.468	–
ATC									
-no suspension	8.911	2.148	2.074	1.316	0.760	1.075	1.000	1.467	–/11160
-with suspension									
$c = 0.2$	8.911	2.148	2.073	1.316	0.760	1.074	1.000	1.467	669/10605
$c = 0.8$	8.911	2.148	2.074	1.316	0.760	1.074	1.000	1.467	3238/11040

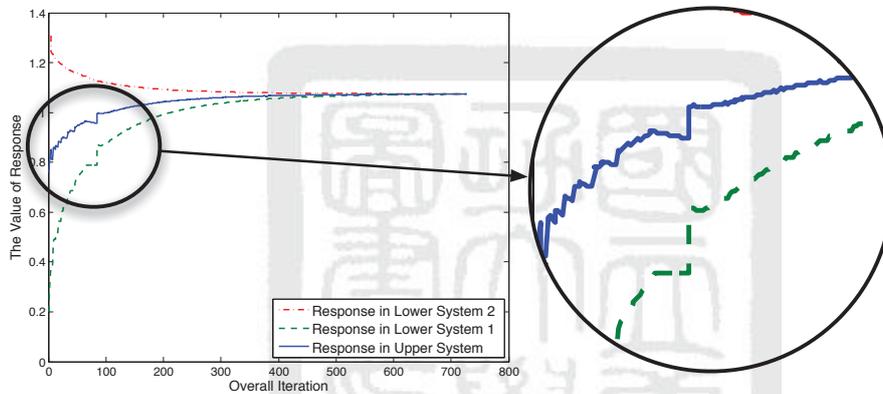


圖 4.5: 資訊落差情況示意圖

4.2 固定架設計工程範例

4.2.1 問題描述與模型建構

本節將使用Allison在 [2]一文中，所提到的固定架結構作為暫緩策略之工程設計範例。此固定架結構包含三根懸臂樑(Beam)和二根作為連接懸臂樑之間的支柱(Rod)共五根桿件，其中懸臂樑和支柱分別為長度 L, l_r 的實心圓柱，三根懸臂樑的直徑分別為 d_1, d_2, d_3 ，二根支柱的直徑分別為 d_{r1}, d_{r2} ，而懸臂樑與支柱之間則以銷接頭(pin joint)作為接合，並且在懸臂樑1與支柱1的銷接合處受一向下作用的力 F_1 ，如圖4.6所示，此結構能使負載分散至各桿件以避免破壞。

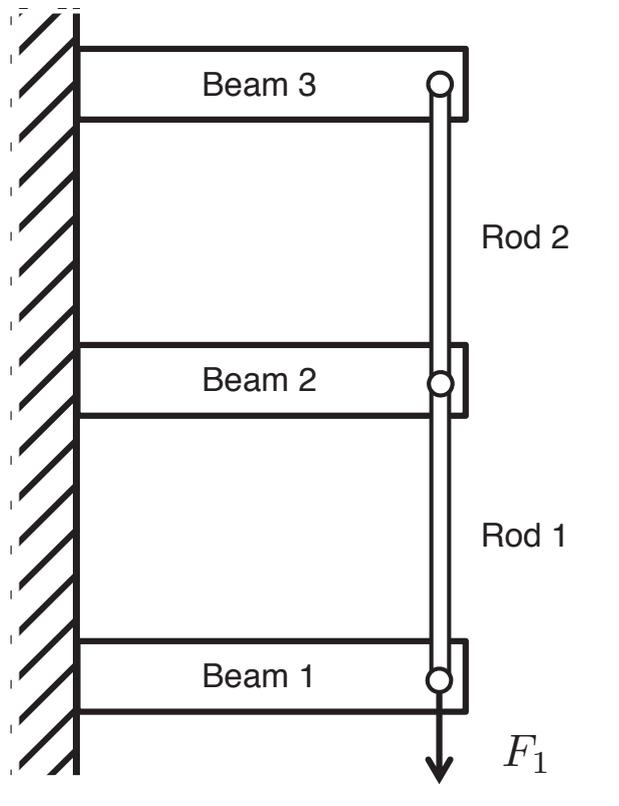


圖 4.6: 固定架設計範例-結構示意圖

設計者欲對此結構中的各桿件直徑進行最佳化設計，設計目標為在不破壞桿件結構和限制整體重量的前提下，能取得一設計使得結構在受到負載 F_1 時，懸臂樑 1 的最大形變量 δ_{b1} 為最小值。

根據上述問題描述，此設計問題的數學方程式如式(4.2)所示，其中拘束條件考量懸臂樑承受應力 σ_b 和支柱承受應力 σ_r 所能負荷的最大量值 σ_{allow} 以及限制整體重量不能大於容許重量 m_{allow} ，同時傳遞力的不能大於容許力量 Ft_{allow} ，以上方程式均假設受力為線性情況，材料為均質，挫曲和應力集中可被忽略。運算過程中詳細的參數設定，如表4.2所示。

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{x}} \quad \delta_{b1} \\
 & \text{subject to} \quad g_{1i}(\mathbf{x}) = \sigma_{bi}(\mathbf{x}) - \sigma_{\text{allow}} \leq 0, \quad i = 1, 2, 3 \\
 & \quad \quad \quad g_{2j}(\mathbf{x}) = \sigma_{rj}(\mathbf{x}) - \sigma_{\text{allow}} \leq 0, \quad j = 1, 2 \\
 & \quad \quad \quad g_3(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^3 m_{bi}(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^2 m_{rj}(\mathbf{x}) - m_{\text{allow}} \leq 0 \\
 & \quad \quad \quad g_{4i}(\mathbf{x}) = Ft_i(\mathbf{x}) - Ft_{\text{allow}} \leq 0, \quad i = 1, 2, 3 \\
 & \text{where} \quad \mathbf{x} = [d_1, d_2, d_3, d_{r1}, d_{r2}]
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

表 4.2: 固定架設計範例-參數表

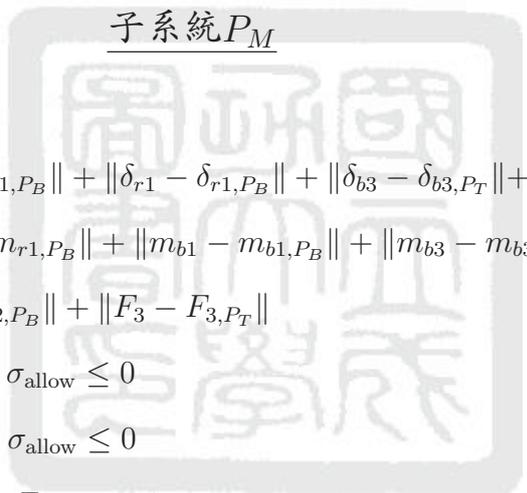
L	l_r	E	ρ	σ_{allow}	m_{allow}	Ft_{allow}	F_1
1m	1m	70GPa	2700kg/m ³	127Mpa	7kg	400N	1000N

在運算過程中，各懸臂樑的形變量 δ_{bi} 、應力值 σ_{bi} 以及重量 m_{bi} ，懸臂樑之間的支柱的形變量 δ_{ri} 、應力值 σ_{ri} 以及重量 m_{ri} 以及桿件間所傳遞的力 F_t ，可以分別由方程式(4.3)、(4.4)以及(4.5)求得：

懸臂樑	支柱	傳遞力
$\delta_{bi} = \frac{64L^3(F_i - F_{i+1})}{3\pi E d_i^4} \tag{4.3a}$	$\delta_{rj} = \frac{4F_{j+1}l_r}{\pi E d_{rj}^2} \tag{4.4a}$	$Ft_i = F_i - F_{i+1} \tag{4.5}$
$\sigma_{bi} = \frac{32L(F_i - F_{i+1})}{\pi d_i^3} \tag{4.3b}$	$\sigma_{rj} = \frac{4F_{j+1}}{\pi d_{rj}^2} \tag{4.4b}$	
$m_{bi} = \frac{\pi}{4} d_i^2 L \rho \tag{4.3c}$	$m_{rj} = \frac{\pi}{4} d_{rj}^2 l_r \rho \tag{4.4c}$	

爲了演示的需求，此固定架設計問題亦被拆解成多階層架構，根據變數與函數之間的關係可拆解爲雙層三系統之架構，三個子系統分別是由底部的懸臂樑(Beam 1)和支柱(Rod 1)所組成子系統 P_B ，中間部分的懸臂樑(Beam 2)和支柱(Rod 2)組成子系統 P_M ，最後由最頂部的懸臂樑(Beam 3)單獨成爲子系統 P_T ，其中子系統 P_M 作爲上層系統，而子系統 P_B 和子系統 P_T 則做爲下層系統。系統拆解及系統資訊傳遞示意圖，如圖4.7所示，各子系統最佳化模型如方程式(4.6)、(4.7)、(4.8)所示。

在方程式4.6中，子系統 P_M 目標函數爲整體系統之最佳化目標：懸臂樑1的最小化變形量，式(4.6a)，與降低上下層系統之間的資訊不一致性：變形量，式(4.6b)、質量大小，式(4.6c)以及施力大小，式(4.6d)。而拘束條件爲子系統 P_M 的承受應力，式(4.6e)，(4.6f)與傳遞力之限制，式(4.6g)，最後爲整體系統的質量限制，式(4.6h)。



子系統 P_M

$$\begin{aligned} \min \quad & \delta_{b1} + & (4.6a) \\ & \|\delta_{b1} - \delta_{b1,P_B}\| + \|\delta_{r1} - \delta_{r1,P_B}\| + \|\delta_{b3} - \delta_{b3,P_T}\| + & (4.6b) \\ & \|m_{r1} - m_{r1,P_B}\| + \|m_{b1} - m_{b1,P_B}\| + \|m_{b3} - m_{b3,P_T}\| + & (4.6c) \\ & \|F_2 - F_{2,P_B}\| + \|F_3 - F_{3,P_T}\| & (4.6d) \\ \text{s.t.} \quad & \sigma_{b2}(\mathbf{x}) - \sigma_{\text{allow}} \leq 0 & (4.6e) \\ & \sigma_{r2}(\mathbf{x}) - \sigma_{\text{allow}} \leq 0 & (4.6f) \\ & Ft_2(\mathbf{x}) - Ft_{\text{allow}} \leq 0 & (4.6g) \\ & \sum_{i=1}^3 m_{bi}(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^2 m_{rj}(\mathbf{x}) - m_{\text{allow}} \leq 0 & (4.6h) \\ \text{where} \quad & \mathbf{x} = [d_2, d_{r2}, F_2, F_3, m_1, m_3, \delta_1, \delta_3, \delta_{r1}] & (4.6i) \end{aligned}$$

在方程式4.7中，子系統 P_B 目標函數爲降低上下層系統之間的資訊不一致性：變形量，式(4.7a)、質量大小，式(4.7b)以及施力大小，式(4.7c)，而拘束條件爲子系統 P_B 的承受應力，式(4.7d)、(4.7e)與傳遞力之限制，式(4.7f)。

在方程式4.8中，子系統 P_T 目標函數爲降低上下層系統之間的資訊不一致性：變形量，式(4.8a)、質量大小，式(4.8b)以及施力大小，式(4.8c)，而拘束條件爲子系統 P_T 的承受應力，式(4.8d)與傳遞力之限制，式(4.8e)。

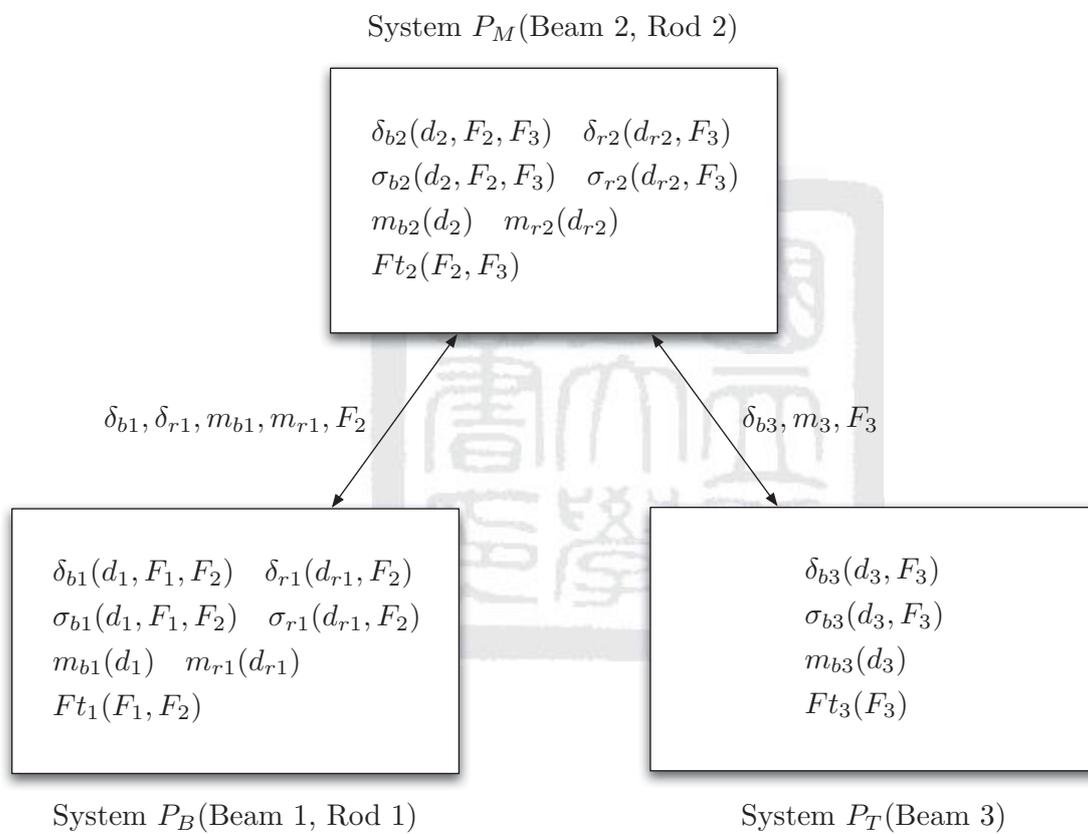


圖 4.7: 固定架設計範例-系統拆解圖

子系統 P_B

$$\min \|\delta_{b1} - \delta_{b1,P_M}\| + \|\delta_{r1} - \delta_{r1,P_M}\| + \quad (4.7a)$$

$$\|m_{r1} - m_{r1,P_M}\| + \|m_{b1} - m_{b1,P_M}\| + \quad (4.7b)$$

$$\|F_2 - F_{2,P_M}\| \quad (4.7c)$$

$$\text{s.t. } \sigma_{b1}(\mathbf{x}) - \sigma_{\text{allow}} \leq 0 \quad (4.7d)$$

$$\sigma_{r1}(\mathbf{x}) - \sigma_{\text{allow}} \leq 0 \quad (4.7e)$$

$$Ft_1(\mathbf{x}) - Ft_{\text{allow}} \leq 0 \quad (4.7f)$$

$$\text{where } \mathbf{x} = [d_1, d_{r1}, F_2] \quad (4.7g)$$

子系統 P_T

$$\min \|\delta_{b3} - \delta_{b3,P_M}\| + \quad (4.8a)$$

$$\|m_{b3} - m_{b3,P_M}\| + \quad (4.8b)$$

$$\|F_3 - F_{3,P_M}\| \quad (4.8c)$$

$$\text{s.t. } \sigma_{b2}(\mathbf{x}) - \sigma_{\text{allow}} \leq 0 \quad (4.8d)$$

$$Ft_3(\mathbf{x}) - Ft_{\text{allow}} \leq 0 \quad (4.8e)$$

$$\text{where } \mathbf{x} = [d_3, F_3] \quad (4.8f)$$

在以上數學模型中，下標 $-P_M$ 、 P_B 、 P_T 分別表示此資訊是由哪個系統所傳遞過來的，此外爲了簡化系統標示，數學模型中並未加入正式解析目標傳遞法的數學標示。

4.2.2 結果與討論

爲了增進演示範例的效率，於此範例中將設定資訊流一致性的容許誤差爲 10^{-4} ，固定架設計範例其最佳值以及設計變數可由表4.3得知。與先前範例相同，在每次完成“一次”系統目標傳遞後，暫緩策略將會根據子系統資訊執行，各子系統移除狀況可由圖4.8、4.9、4.10得知，在圖中橫軸爲第幾次迭代，縱軸爲子系統的指標，每個點表示哪個子系統元素在哪個迴圈下被移除，而縱軸爲零的點則表示在此迴圈下無子系統被移除。

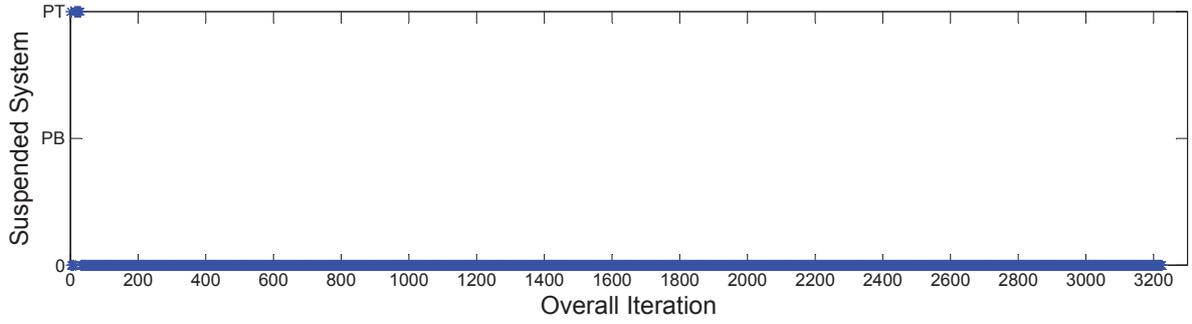


圖 4.8: 固定架設計範例-子系統移除歷程圖, $c=0.4$

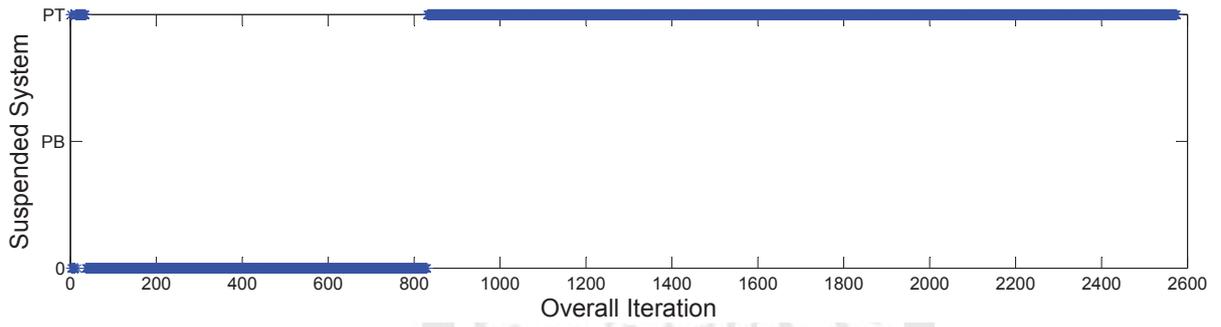


圖 4.9: 固定架設計範例-子系統移除歷程圖, $c=0.5$

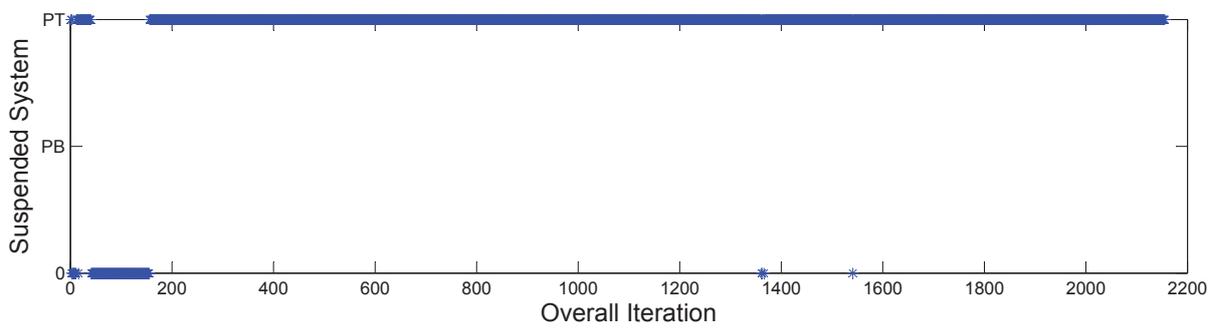


圖 4.10: 固定架設計範例-子系統移除歷程圖, $c=0.6$

在範例計算迭代過程中，當 c 值使用0.4時，在整體子系統呼叫次數中總移除次數只有20次，占整體計算量0.2%，其最佳解與未使用暫緩策略之解析目標傳遞法相近，然而將 c 值提升到0.5時，移除次數也提升到1770次，占整體子系統呼叫次數的23%，最佳解與未使用暫緩策略的解析目標傳遞法之最佳解依舊相近，嘗試將 c 值提升到0.6時，移除次數同樣提升，占整體子系統呼叫次數的31%，但最佳解與未使用暫緩策略之解析目標傳遞法之最佳解已出現明顯差異。因此，當 c 值提升時，雖然會加強系統移除的效果並且減少整體系統的計算量，但是過多系統移除可能將使答案出現明顯誤差，詳細數值如表4.3所示。

表 4.3: 固定架設計範例-結果比較表

	δ_{b1} (m)	d_1 (m)	d_2 (m)	d_3 (m)	d_{r1} (m)	d_{r2} (m)	Efficiency Susp./Sys. Count
All in One	0.0270	0.0346	0.0348	0.0294	0.0046	0.0028	-
ATC							
-no suspension	0.0272	0.0346	0.0292	0.0349	0.0045	0.0036	-/27015
-with suspension, $c = 0.4$	0.0271	0.0346	0.0292	0.0349	0.0046	0.0037	20/9675
-with suspension, $c = 0.5$	0.0271	0.0346	0.0292	0.0349	0.0045	0.0034	1770/7725
-with suspension, $c = 0.6$	0.0276	0.0344	0.0292	0.0353	0.0032	0.0020	2026/6465

當解析目標傳遞法的答案與單一系統最佳化的答案進行比較，發現會有些許誤差存在，然而此誤差不論運算過程中是否有使用暫緩策略，此誤差依然存在。因此猜測如果將資訊一致性的容許誤差調整較原先設定值小時，應該可以在計算過程中使得兩者之間的誤差下降，但是如此作法將會增加計算成本。在本範例中，我們主要著重於暫緩策略是否對於加速求解複雜系統是否有實質的幫助，因此暫時對於與單一系統最佳化答案的誤差是可被忽略的，當其誤差需要被討論時，可以將容許誤差重新調整，以增加計算成本獲得較低的誤差。

第五章 考量美學設計之簡易車輛系統設計

在上一章中，我們演示一個數學範例與一個工程範例作為本論文的设计流程範例。但實際上，工程師所遇到的工程設計問題遠比示範範例複雜的多，在此，為了更接近實際處理問題，在本章節將演示一個考量美學設計與工程設計的車輛外型設計問題，作為展示本論文的设计流程的有效性。

根據內政部統計處資料顯示 [26]，99年造成人員傷亡之道路交通事故總計發生19萬9903件，所造成的死傷人數高達26萬7212人，其中自用小客車肇事率佔24.8%，因此消費者在購買車輛時，往往會將車輛的安全性作為購買的考量之一。為了面對與日俱增的道路交通事故，政府除了加強道路安全措施外，更鼓勵各車廠及車輛相關研發單位，如財團法人車輛研究測試中心（Automotive Research and Testing Center, ARTC），積極進行車輛碰撞安全之研究，以期降低事故發生率與減少乘客傷亡。此外對於車輛的需求，除了要符合安全性，更要有極佳的操控性，好的操控性能讓駕駛者精確的控制車輛，並在遇到突發狀況時依據駕駛者的操作作出快速的反應。然而消費者購買車輛所考量的因素不只是產品的性能、安全與價錢，更會考量產品外觀及質感等美學因素，因此在產品設計的過程中，有系統地將美學法則加入工程设计的流程之中是十分重要的考量。

本範例希望可以將文獻中針對美學的探討 [27-29]，研究如何將已有的美學量化法則，結合車體性能、結構以及車輛操控穩定性，利用本論文所提供的複雜系統之设计流程，建構一個結合美學及工程的整體设计平台架構，其系統架構示意圖，如圖5.1所示。

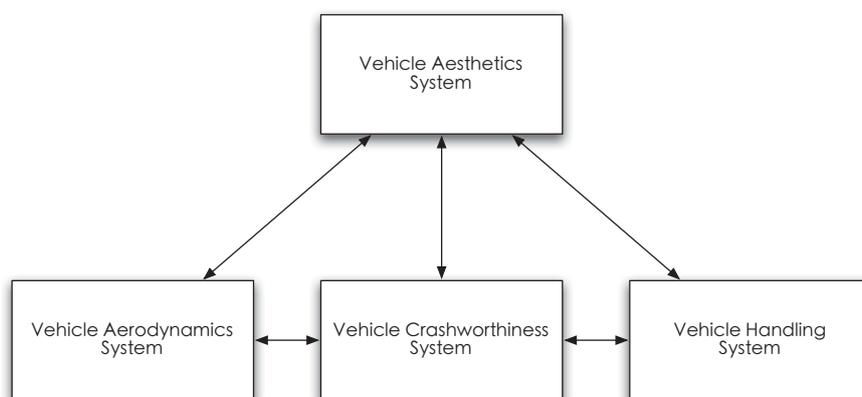


圖 5.1: 簡易車輛系統设计架構示意圖

5.1 系統簡介

此系統範例共分為四大系統：車體美學系統、車輛空氣動力學系統、車體防撞性系統以及車輛操控穩定性系統。在車體美學的部份，以車輛側面之幾何外型作為設計變數，美學量化指標為目標函數-美學指標將在後續章節說明，以幾何外型之相對位置作為拘束條件，希望能從客觀的角度達到最大的美學量值；在空氣動力學部分，將以車輛外型所造成的風阻係數作為子系統目標，並且以幾何外型之相對位置作為拘束條件；在車體防撞性部份，在考慮車架的粗細與相同的車寬下，以車輛汽車安全標準法規為拘束條件，希望可以達到在符合安全法規之標準下，得到最輕量的車架；在操控安定性的部份，藉由調整車體、車架與引擎質心位置改變車身整體配重，達到最佳之操控安定性，操控安定性以車輛的轉向過度或轉向不足為指標，期望駕駛者能更精確的操控行進中的車輛。以下各小節中我們將對各子系統設計作一介紹。

5.1.1 車體美學次系統

本範例的美學子系統採用美學中的比例原則，而對象為汽車外型。根據Park於 [28] 中的描述，其針對建築物之外型的各種尺寸，利用各尺寸之組合去量測是否符合現有的比例定義，進一步決定建築物於比例之美學指標。根據文獻 [28] 中的計算方式，我們假設車輛外型與建築物外型之計算方式相同，並且於一定的尺寸組合中會具有相對應的美學指標，在此，將選取汽車側面的外型做為量化對象，於是在此將使用汽車側面圖片，並利用CAD軟體配合車輛圖片在車輛側面外型中的線條轉折處建立參數點並且以車輛底盤尾部作為原點，記錄各點座標作為車輛的初始設計值；然後將各點連線建立出特徵外型，其中車輛外型曲線部分將以直線替代，並保留輪拱圓弧部分，如圖5.2所示。

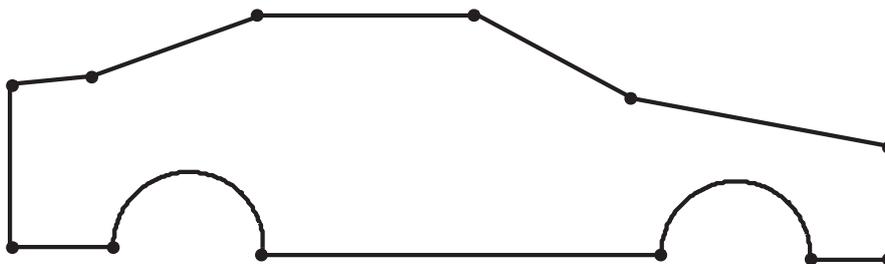


圖 5.2: 車輛外型參數量化示意圖

爲了說明建立的特徵外型是否真正能代表車輛，我們選擇19輛車體去計算實際車輛的面積與特徵外型的面積之間誤差百分比來進行驗證。利用影像處理軟體進行面積計算，由於是利用圖片進行計算，所以將以像素(pixel)作爲計算結果的單位，表5.1爲計算結果。從表5.1中可以得知實際面積和特徵面積的誤差百分比不會大於5%，因此利用線條轉折處建立參數點，所產生的特徵外型是可被接受的。而誤差產生的來源主要爲實際車輛中的曲線被直線取代所產生的誤差區域以及我們將車輛外型中不規則凸起物忽略，如保險桿、天線等凸起物。而表中車輛有誤差較大的原因亦是如此。

數學模型

爲了將美學能以數學函數展現出來，將以美學中的比例原則作爲量化基準。比例原則是計算在同一個區域中任三種不同的尺寸是否滿足比例方程式之定義 [28]，如表5.2所示，在此我們將使用車輛外型參數點之間的尺寸，將任意三種尺寸進行組合計算，最後將所有尺寸組合中滿足比例定義的個數加總，當加總數值越大時，表示所設計出來的車輛外型尺寸組合越符合文獻中11種的比例原則，在此我們將其定義爲符合量化美學中“美”的準則。

根據圖5.2，利用先前建立的參數點可將車輛分解成多條線段。將全部線段中任選三條變成T組線段組，利用方程式(5.1)至(5.3)配合十一種比例方程式之定義，如表5.2所示，進行計算，即可算出車輛的量化美學程度

$$T = C_3^N = \frac{N!}{3!(N-3)!} \quad (5.1)$$

$$p_k = a_k T \quad (5.2)$$

$$p_{\text{total}} = \sum_{k=1}^{11} p_k \quad (5.3)$$

- 其中 N 代表總線段數
- T 代表任取三種尺寸爲線段組之數目
- a_k 代表是否滿足各比例的演算法：
經由判斷式檢查每組尺寸是否符合各比例方程式之定義
- p_k 代表滿足某一比例的數量
- p_{total} 代表滿足比例的總數量

表 5.1: 車輛特徵參數外型誤差表

車種	外型實際面積(pixel)	外型參數面積(pixel)	誤差(%)
1954 Mercedes-Benz 300 SL Gullwing	953901	949908	0.42
2001 Peugeot 406 Coupe	1279033	1302835	1.86
2004 Mercedes-Benz SLR McLaren	782304	749862	4.15
2004 Nissan Murano	1517078	1536267	1.26
2004 Toyota Prius	1467448	1453791	0.93
2005 Chrysler 300C	1353711	1307966	3.38
2005 Volkswagen New Beetle	1242584	1257628	1.21
2006 Lexus IS350	1387233	1341726	3.28
2007 Ford Mondeo	920047	928642	0.93
2007 Honda Civic TypeR Sedan	1468309	1433569	2.37
2007 Honda CR-V	1691834	1673999	1.05
2007 Nissan Tiida4	1066440	1078746	1.15
2007 Nissan Tiida5	1161448	1177829	1.41
2008 Audi A4	1172913	1181614	0.74
2008 Mazda 2	1710705	1723518	0.75
2008 Mazda 6 Hatchback	771198	762319	1.15
2008 Mitsubishi Lancer	1518912	1521438	0.17
2009 BMW 3 Series	1133321	126563	0.60

表 5.2: 十一種比例關係表 [28]

	定義	x 項次	y 項次	z 項次
P_1	$\frac{z-y}{y-x} = \frac{x}{x}$	$x = 2y - z$	$y = \frac{x+z}{2}$	$z = -x + 2y$
P_2	$\frac{z-y}{y-x} = \frac{z}{y}$	$x = \frac{y^2}{z}$	$y = \sqrt{xz}$	$z = \frac{y^2}{x}$
P_3	$\frac{z-y}{y-x} = \frac{z}{x}$	$x = \frac{yz}{2z-y}$	$y = \frac{2xz}{x+z}$	$z = \frac{xy}{2x-y}$
P_4	$\frac{z-y}{y-x} = \frac{x}{z}$	$x = \frac{y \pm \sqrt{y^2 - 4(z^2 - yz)}}{2}$	$y = \frac{x^2 + z^2}{x+z}$	$z = \frac{y + \sqrt{y^2 - 4(x^2 - xy)}}{2}$
P_5	$\frac{z-y}{y-x} = \frac{x}{y}$	$x = \frac{y \pm \sqrt{y(5y-4z)}}{2}$	$y = \frac{-x+z + \sqrt{4x^2 + (-x+z)^2}}{2}$	$z = \frac{-x^2 + xy + y^2}{y}$
P_6	$\frac{z-y}{y-x} = \frac{y}{z}$	$x = \frac{y^2 - z(z-y)}{y}$	$y = \frac{x-z + \sqrt{4x^2 + (-x+z)^2}}{2}$	$z = \frac{y + \sqrt{y^2 - 4(xy - y^2)}}{2}$
P_7	$\frac{z-y}{y-x} = \frac{z}{x}$	$x = z - \sqrt{z^2 - yz}$	$y = \frac{2xz - x^2}{z}$	$z = \frac{x^2}{2x-y}$
P_8	$\frac{z-x}{z-y} = \frac{z}{x}$	$x = \frac{z \pm \sqrt{z(4y-3z)}}{2}$	$y = \frac{x^2 - xz + z^2}{z}$	$z = \frac{x+y + \sqrt{(y-x)(y+3x)}}{2}$
P_9	$\frac{z-x}{y-x} = \frac{y}{x}$	$x = \frac{y+z - \sqrt{(y+z)^2 - 4y^2}}{2}$	$y = \frac{x + \sqrt{x(4z-3x)}}{x}$	$z = \frac{x^2 - xy + y^2}{x}$
P_{10}	$\frac{z-x}{z-y} = \frac{y}{x}$	$x = z - y$	$y = z - x$	$z = x + y$
P_{11}	$\frac{z-x}{z-y} = \frac{z}{y}$	$x = \frac{(2y-z)z}{y}$	$y = \frac{z^2}{2z-x}$	$z = y + \sqrt{y^2 - xy}$

在車體美學子系統的目標函數即為 p_{total} ，其中設計變數為特徵外型中的參數點位置 (x, y) ，目標函數如式(5.4)：

$$\min_{x,y} - p_{\text{total}}(x, y) \quad (5.4)$$

在進行子系統最佳化過程時，為了維持車輛外型的完整，必須針對車輛外型加入了形狀的拘束條件，主要可分為以下三種類型的拘束條件：

- 車輛外型設計點各點的相對位置。

在車輛外型中，設計點之間必需保持其相對位置，以確保外型的成立，避免形狀出現自交的情況。例如：車尾的設計點 x 方向的值會小於車頭的設計點 x 方向的值，底盤的設計點 y 方向的值會小於車頂的設計點 y 方向的值。

- 車輛的長度與高度限制。

由於本範例是針對小客車進行設計，因此車長和車高依照目前現有車輛的尺寸是不會超過某一範圍之外。目前設定是以車輛平均長度與平均高度的正負百分之二十作為車長與車高的設計範圍。

- 輪胎與輪拱的大小以及位置。

由於輪拱對於車輛具有一定外觀的影響性，同時大小必需在一定範圍內才能有相對應的輪胎配合，因此必需針對輪拱大小進行拘束，除此之外，輪拱的位置決定輪胎的位置，由於目前設定方針仍朝一般車輛的基本外型進行設計，因此輪拱位置必須位於車輛的前後方。

因此在車體美學子系統的部份，將以車輛側面之幾何外型作為子系統設計範圍，並且利用外型量化參數作為設計變數，而美學量化指標—比例原則作為目標函數，幾何外型之相對位置作為拘束條件，希望能從客觀的角度達到最大的美學量值。根據上述對目標函數及拘束條件的定義，美學子系統將可以用以下的數學模型，如式(5.7)所示：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} \quad & -p_{\text{total}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0 \end{aligned} \quad (5.5)$$

其中 p_{total} 代表美學量化程度
 \mathbf{x}, \mathbf{y} 代表外型設計點
 \mathbf{g} 代表形狀上的拘束條件

5.1.2 車輛空氣動力學次系統

在空氣動力學的部分，仍然是以車輛側面之幾何外型作為子系統設計範圍，並且以外型的量化參數作為設計變數，但與車體美學系統不同的是，為了使外型更加圓滑，進而在計算空氣動力時能較為接近真實數值，在此將車輛引擎蓋部分轉換為曲線，再進行子系統運算。

在引擎蓋曲線的部份，可以利用貝茲曲線將引擎蓋的曲線描繪出來，但是由於曲線必須額外加入控制點變數，使得設計維度提高，因此，在此將使用二次貝茲曲線(Bézier curve)，其只於引擎蓋頭尾設計點之間再加入一組設計點，故利用這三組設計點配合二次貝茲曲線(Bézier curve)方程式可建造出曲線部分。二次貝茲曲線是由三組控制點 \mathbf{P}_0 、 \mathbf{P}_1 、 \mathbf{P}_2 所建立出來的，其可對應引擎蓋前緣、中間與後緣的設計點，如圖5.3所示，而貝茲曲線上各點 $\mathbf{B}(t)$ 可由方程式(5.6)計算出來。

$$\mathbf{B}(t) = (1-t)^2\mathbf{P}_0 + 2t(1-t)\mathbf{P}_1 + t^2\mathbf{P}_2, \quad t \in [0, 1] \quad (5.6)$$

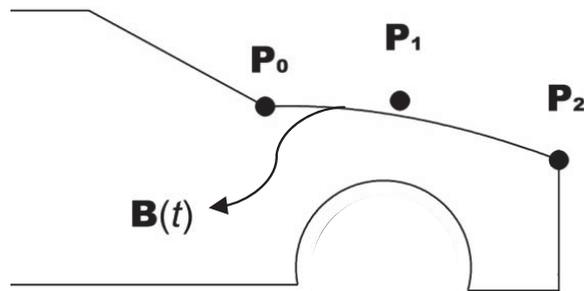


圖 5.3: 車輛引擎蓋以貝茲曲線示意圖

數學模型

在完成模型建構後，我們將以此模型進行空氣動力學之模擬，此模擬將以計算出車輛在行進間所產生的風阻係數為主要目標。當車輛行駛時會受到空氣阻擋，我們就稱之為風阻，一般風阻有三種形式，第一是氣流撞擊車輛正面所產生的阻力；第二種是摩擦阻力，空氣與劃過車身一樣會產生摩擦力，然而以一般車輛能行駛的最快速度來說，摩擦阻力小到幾乎可以忽略。第三則是外型阻力，受到車體外型影響，外型阻力也就不同。一般來說，車輛在行駛時，外型阻力是最主要的空氣阻力來源，而風阻係數則代表所受到阻力的影響程度，風阻係數越低，代表車輛行駛時所受的空氣阻力越低，因此將以風阻係數作為空氣動力學子系統的目標函數。

為了能反映出車輛在真實條件下所受到的風阻情況，我們將設計好的模型利用計算流體力學(Computational Fluid Dynamics, CFD) [30]軟體模擬出車輛在行進間所產生的風阻狀況，一般來說，使用CFD軟體求解的過程，如圖5.4所示。

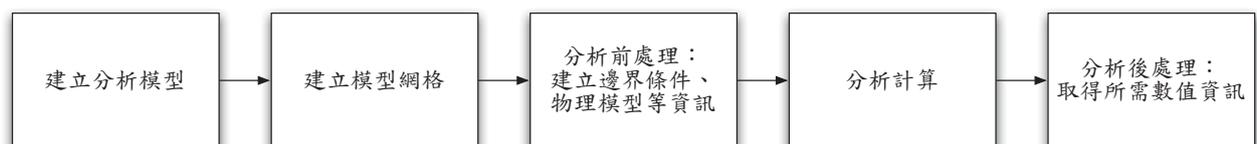


圖 5.4: CFD軟體求解流程圖

在拘束條件的設定中，此子系統的拘束條件基本上與車體美學子系統的拘束條件是為相同的，皆是以外型的完整性作為限制，但是，由於空氣動力學子系統多加了曲線外型的設計

點，並且此設計點是用來控制曲線形狀，因此針對此設計點同樣地賦予位置條件上的拘束。

根據上面描述，在車體空氣動力學子系統的部份，以車體側面外型作為設計範圍，並且令外型的量化參數點以及一貝茲曲線的控制點作為設計變數，車體外型所造成的風阻係數作為目標函數，外型的限制作為拘束條件。根據上述對目標函數及拘束條件的定義，車體空氣動力學子系統可以用以下的數學模型表示，如式(5.7)所示：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} \quad & Cd(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0 \end{aligned} \tag{5.7}$$

其中 Cd 代表風阻係數

\mathbf{x}, \mathbf{y} 代表外型設計點

\mathbf{g} 代表形狀上的拘束條件

5.1.3 車體防撞性次系統

車體防撞性次系統的主要目的是在不影響車輛安全性的前提下，將車架輕量化。於文獻中，已有利用周邊式車架來進行設計與分析 [31]，然而在文獻中之車架是為了針對單一次模擬分析所製作，所以在許多細節上都足以反映真實的車架，如圖5.5所示，但是對於執行最佳化來說，把車架詳細地參數化的過程中將使得設計變數過多，這樣增加對於運算上的困難，使得我們必須尋求更簡單的設計。

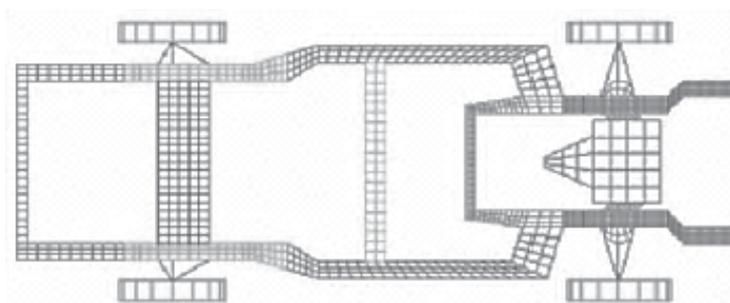


圖 5.5: 車架詳細參數化模型示意圖 [31]

找出更簡單的設計之目的，不只是針對其參數化的可能與否，同時還必須考慮到執行單次模擬所需要的時間，因此在現在各種的車架設計中，如圖5.6所示，其形狀簡單並且其容易參數化的設計應是傳統階梯式車架。經過進一步簡化與參數化後，我們可以得到一階梯式

車架的模型，如圖5.7所示，而圖中各變數之定義，如表5.3所示。設計變數的相對位置可由圖5.7得知，其中L、W、H、S1、S2皆為參數。

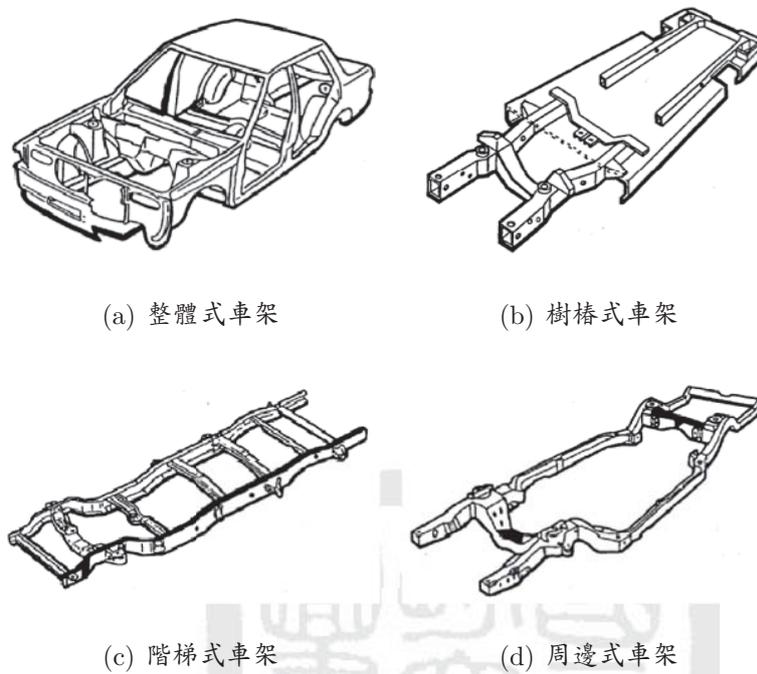


圖 5.6: 車架種類示意圖 [32]

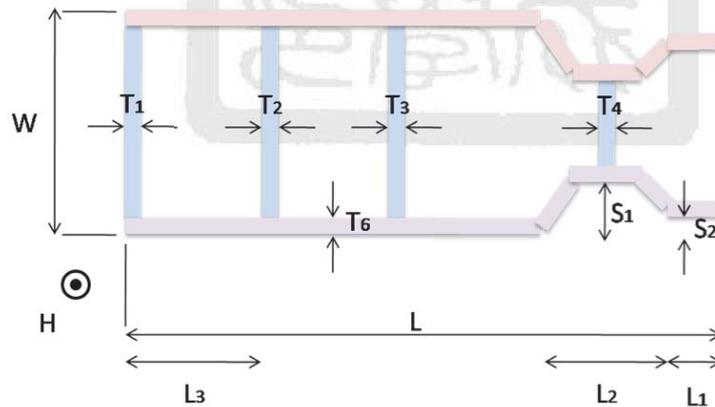


圖 5.7: 車架參數化模型示意圖

數學模型

在車體防撞性系統中目標設定為在符合安全法規下將車架輕量化，因此在現行眾多法規下必須找出適當的安全考量。在此子系統中，我們優先考慮當車輛發生正面碰撞時的狀況，由美國國家公路交通安全管理局(National Highway Traffic Safety Administration, NHTSA)所

表 5.3: 車架模型變數表

L	車架全長	L3	最尾端至後輪軸
W	車架全寬	T1	車尾樑寬
H	車架共有高度	T2	後輪樑寬
S1	前車軸內縮值	T3	中央樑寬
S2	前潰區內縮值	T4	前輪樑寬
L1	最前端至前輪	T6	主要樑寬
L2	前輪寬		

制定的美國聯邦機動車輛安全標準(Federal Motor Vehicle Safety Standards, FMVSS)當中，法規204表示當車輛發生正面碰撞時，轉向系統對於駕駛室之向後水平位移量必須在一限制之內，以減少駕駛者的頭、胸、頸受傷害之機會，也就是當車前向以時速48公里碰撞固定牆壁，方向盤之水平位移量不得超過127公釐。

當所設定的模型引用此法規作為安全考量時，我們假設方向盤的控制桿是與前輪樑相連接，並且發生撞擊時方向盤的控制桿並不會挫曲，因此當發生撞擊時前輪樑與駕駛座的相對水平位移量小於127公釐時，我們可稱之在安全標準內，並依此作為拘束條件。而拘束條件的計算必須在一顯式非線性動力分析軟體LS-DYNA進行有限元素模型分析，才能得知，圖5.8為此子系統所使用有限元素模型。

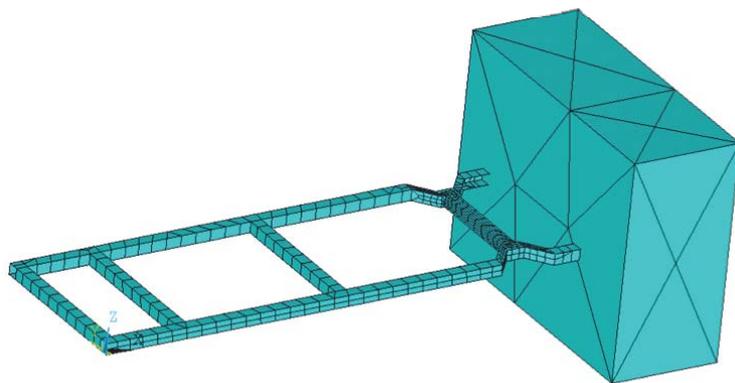


圖 5.8: 車架有限元素模型示意圖

在此定義車體防撞性子系統，在一定車寬下，考慮車架的粗細以及前潰區的範圍，以車輛汽車安全標準法規-FMVSS204為拘束條件，在符合安全法規之標準下，得到最輕量的車架。根據上述對目標函數及拘束條件的定義，車架輕量化子系統將用以下數學模型表示，如

式(5.8)所示：

$$\begin{aligned} & \min \quad \{\text{車架重量}\} \\ & \text{s. t.} \quad \{\text{前輪樑與駕駛座的相對水平位移量小於127公釐}\} \\ & \text{w. r. t.} \quad \{\text{車架寬度、前潰區長度、後輪軸至車尾距離}\} \end{aligned} \quad (5.8)$$

5.1.4 車輛操控穩定性次系統

操控穩定性是指車輛從一個位置移動到另一個位置時的駕駛性能表現。例如，車輛在高速直行下變換車道、在市區內轉彎或是在山路中過彎時伴隨而來的加速、減速等這些車輛運動行為，皆屬於車輛操控穩定性的表現。操控穩定性主要可分為兩大項：

- 操控性
當駕駛者行進位置變換時，車輛是否能隨駕駛者意願而移動之特性。
- 穩定性
當車輛遭遇來自路面或橫風等擾亂因素時，車輛行駛路徑所受的影響。

優良的操控穩定性，對於不可預知的意外發生時之車輛安全性有相當大的影響，所以操控穩定性可以說是一種主動式安全（active safety）。車輛的運動性能與其他性能最大不同的特徵為：駕駛者與車輛以及環境之間界面的性能，即駕駛者的主觀評價能左右一部份的性能好壞。在運動性能的評價方面，對於人與車之間的系統(human-vehicle system)，目前還沒有完整的理論能清楚地描述車輛的運動與各種車輛反應(vehicle response)特性，以及行駛狀態之間的關係。因此，本範例中車輛操控穩定性系統將考量車輛之最佳穩定圓旋回特性，以車輛的轉向過度或轉向不足為指標，期望駕駛者能更精確的操控行進中的車輛。

數學模型

由於車輛運動方程式符號眾多，在此我們先定義所需的數學符號，各符號如表5.4所示。

根據本子系统的需求，利用圖5.9所建立之車輛二維平面模型 [33]，說明車輛的運動方程式。當定速旋回行駛時，假設車輛沒有橫滑情況且輪胎的轉向角， $\delta_f = \theta/N$ ，則

表 5.4: 車輛操控穩定性系統數學符號表

θ	操舵角	M_{frame}	車架質量
$\dot{\varphi}/\ddot{\varphi}$	搖擺角的角速度/角加速度	M_{shape}	車殼等其餘部份質量
a/b	前/後軸與車輛整體重心之間的距離	N	轉向齒輪比
F_f/F_r	前/後輪的橫向力	x_c	車輛整體質心位置
I_z	搖擺角的慣性力矩	x_{engin}	引擎質心位置
K	前後輪轉向功率	x_{frame}	車架質心位置
K_f/K_r	前/後輪胎的轉向功率(conering power, C.P.)	x_{shape}	車殼等其餘部份質心位置
l	前後軸距	x_f/x_r	前軸/後軸位置
L	車長	x_{ff}/x_{rr}	車頭/車尾位置
L_e	引擎長度	v	車速
M_{vehicle}	車輛總質量	\dot{y}/\ddot{y}	重心點的橫滑速度/加速度
M_{engin}	引擎質量		

輪胎側向力總合

$$Mv\dot{\varphi} = 2F_f + 2F_r \quad (5.9)$$

$$2aF_f - 2bF_r = 0 \quad (5.10)$$

前輪側向力

$$F_f = K_f(\delta_f - a\frac{\dot{\varphi}}{v}) \quad (5.11)$$

後輪側向力

$$F_r = K_r \cdot b\frac{\dot{\varphi}}{v} \quad (5.12)$$

若 R 為旋回半徑，則

$$R = \frac{v}{\dot{\varphi}} \quad (5.13)$$

其中 $\dot{\varphi}$ 可由方程式(5.9)至(5.12)聯立求得，則

$$R = \frac{1}{\delta_f}(1 + Kv^2) \quad (5.14)$$

其中 K 稱為轉向安定係數(stability factor)

$$K = \frac{M_{\text{vehicle}}}{2l^2} \left(\frac{b}{K_f} - \frac{a}{K_r} \right) \quad (5.15)$$

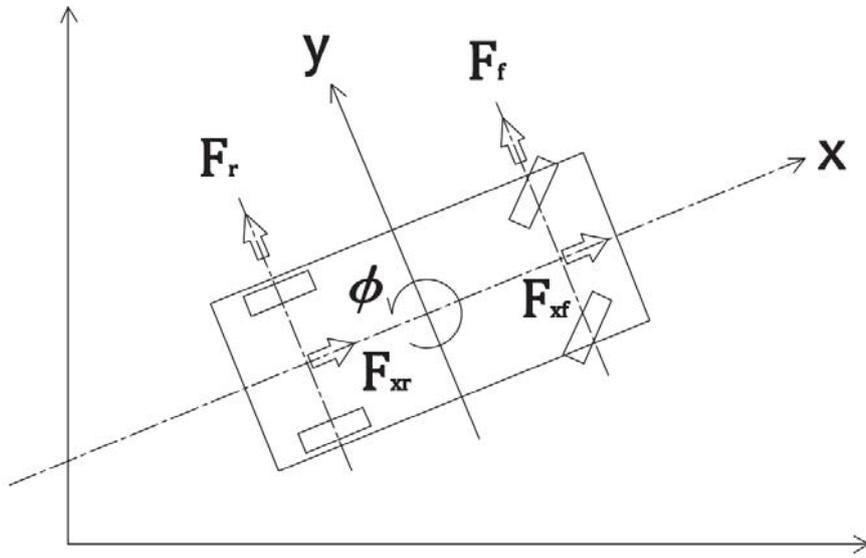


圖 5.9: 車輛二維平面運動模型 [33]

當車速 $v = 0$ 時之起始旋回半徑 R_0 (initial turning radius)，方程式(5.14)可改寫成

$$R = \frac{1}{\delta_f} \quad (5.16)$$

R 與 R_0 之旋回半徑比(turning radius ratio)

$$\frac{R}{R_0} = (1 + Kv^2) \quad (5.17)$$

根據文獻上的探討 [34]，旋回特性主要在表現車輛進入彎道以及離開彎道的性能，當考慮前輪轉向角固定時—即 δ_f 、 R_0 為定值，並且行車速度 $v > 0$ ，其轉向特性分為轉向不足(understeer, US)以及轉向過度(oversteer, OS)，如圖5.10所示。

- $K > 0$ 、 $\frac{R}{R_0} > 1$ ，表示 R 會隨著 v 之增加而遞增，即車輛之旋回半徑會隨著車速的增加而遞增，此種轉向行為稱之轉向不足(understeer)。
- $K < 0$ 、 $\frac{R}{R_0} < 1$ ，表示 R 會隨著 v 之增加而遞減，即車輛之旋回半徑會隨著車速的增加而遞減，此種轉向行為稱之轉向過度(oversteer)。

根據以上車輛運動方程式的探討，本系統之目標函數設定為穩定轉向特性，如方程式(5.18)所示。

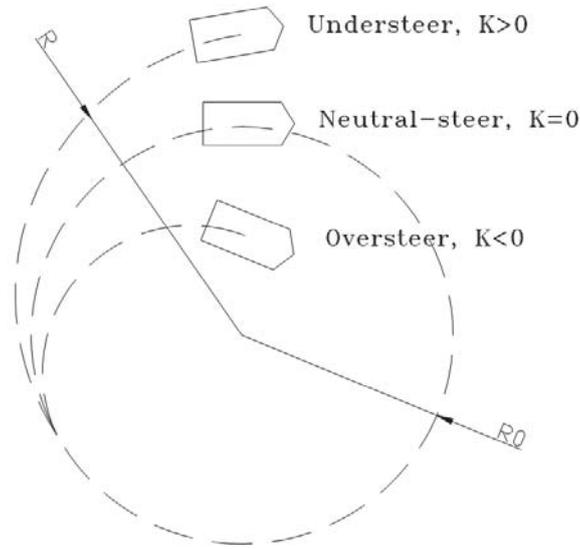


圖 5.10: 車輛轉向特性 [34]

$$\min \|K\|_2^2 = \left\| \frac{M_{\text{vehicle}}}{2l^2} \left(\frac{b}{K_f} - \frac{a}{K_r} \right) \right\| \quad (5.18)$$

上述之目標函數，需加上拘束條件以確保引擎放置位置為可接受的空間。圖5.11定義一以車輛尾部為原點之座標系統以利於拘束條件的計算。由於目前常見車種皆為前置引擎、前輪驅動，在此我們將由圖5.11之座標，考慮前置前驅(FF)引擎配置模式之拘束條件，如方程式(5.19)，除了引擎配置的拘束條件，整體質心位置必須位於車體中間，也就是位於前後軸之間，如式(5.20)所示，同時車輛能以速度 v 穩定圓旋回行駛，如式(5.21)所示，皆是必須考量的拘束條件。

$$x_f + \frac{L_e}{2} \leq x_{\text{engin}} \leq x_{ff} - \frac{L_e}{2} \quad (5.19)$$

$$x_r \leq x_c \leq x_f \quad (5.20)$$

$$1 + \frac{M_{\text{vehicle}}v^2}{2Kl^2} (2x_c - x_f - x_r) \geq 0 \quad (5.21)$$

車輛操控穩定性系統著要目的是藉由改變車輛引擎位置調整車輛整體配重以達到車輛之最佳穩定圓旋回特性，因此，在此將車輛分成三部份：引擎、車架、車殼等其餘部份，在考慮前置引擎配置模式的條件下，改變此三部份的重心位置，以達到車輛之最佳穩定圓旋回特性，本系統的數學模型，如式(5.22)所示。

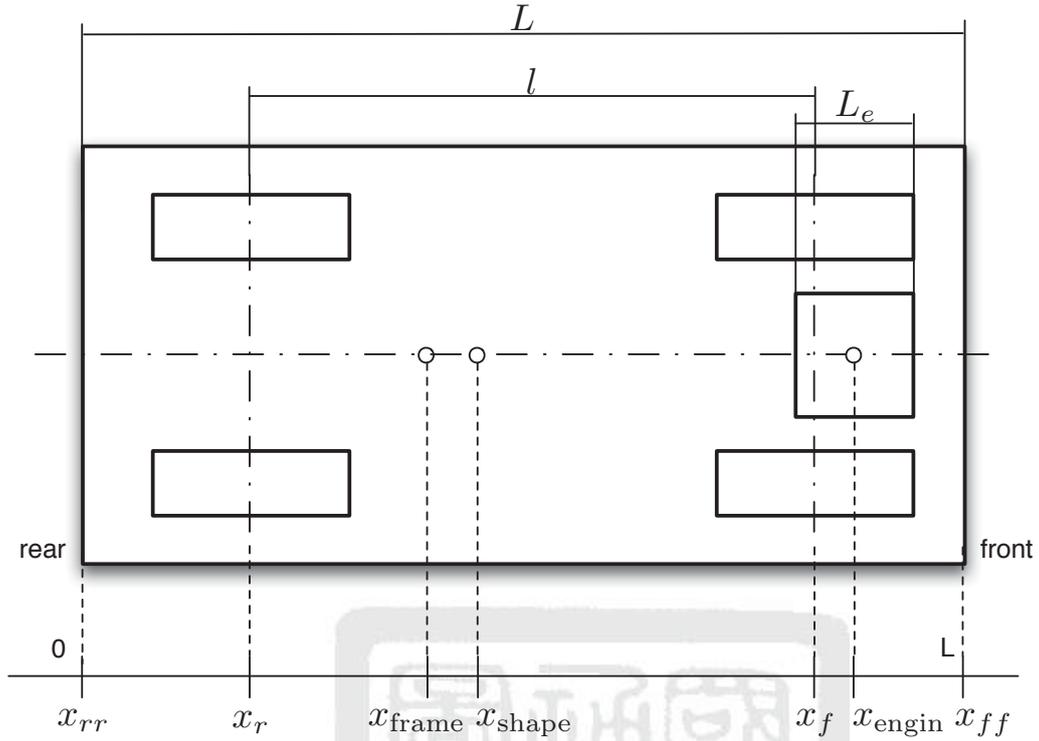


圖 5.11: 系統座標示意圖

$$\begin{aligned}
 \min_{x_{engine}, x_{frame}, x_{shape}} \quad & \|K\|_2^2 = \left\| \frac{M_{vehicle}}{2l^2} \left(\frac{b}{K_f} - \frac{a}{K_r} \right) \right\| \\
 \text{s.t.} \quad & x_f + \frac{L_e}{2} \leq x_{engine} \leq x_{ff} - \frac{L_e}{2} \\
 & x_r \leq x_c \leq x_f \\
 & 1 + \frac{M_{vehicle}v^2}{2Kl^2} (2x_c - x_f - x_r) \geq 0
 \end{aligned} \tag{5.22}$$

$$\begin{aligned}
 \text{其中} \quad & M_{vehicle} = M_{engine} + M_{frame} + M_{shape} \\
 & x_c = \frac{M_{engine}x_{engine} + M_{frame}x_{frame} + M_{shape}x_{shape}}{M_{vehicle}} \\
 & a = x_f - x_c \\
 & b = x_c - x_r
 \end{aligned}$$

5.2 子系統整合與最佳化模型

本範例為整合操控性與安全性之車體美學最佳設計，因此將整體系統分為上下兩層，上層系統為車體美學子系統，下層子系統則為工程類型的子系統，即為車輛空氣動力學系統、

車體防撞性系統以及車輛操控穩定性系統等三部分。每個子系統之間透過彼此共有的資訊作一連結，達成資訊交流的目的以完成整體系統的最佳化結果。為了完成整體系統的設計，因此在各子系統的求解過程中，必須作適當的改變以及設定必要的資訊，以下將說明各子系統的修正與系統之間的連結變數的設定。

5.2.1 子系統模型修正

在先前章節中，我們描述了本範例所使用的四個系統模型，其中在車輛空氣動力學系統與車體防撞性系統的兩個系統中，必須在最佳化計算過程中額外呼叫模擬軟體並進行計算以得到系統所需的目標值或拘束條件值。但是，在運算過程中，每一次迭代計算都必須呼叫模擬軟體進行模擬，並且每一次的模擬都至少必需耗費幾十分鐘，對於最佳化過程中動輒需要幾百次甚至幾千次的迭代計算，所耗費的時間成本是極為龐大。因此，對於此兩個子系統所使用的模擬軟體將以反應曲面法作為替代方案。反應曲面法為一種結合數學模型、實驗設計與統計分析的方法，用來探討函數輸入與輸出值之間的數學模式，可提供設計者在分析產品時降低計算時間，在此，我們將以反應曲面法中常見的Kriging模型作為使用方法。

Kriging模型

Kriging反應曲面是起源於在1951年南非採礦工程中的應用，為了調查南非的礦脈分布由礦冶工程師Krige, D.提出 [35]。隨後在1970年再經由法國數學家Matheron, G.拓展成目前所使用的地理統計學或稱為空間統計學的基礎。Kriging方法使用變異圖(Variogram)之分析方法，依照所知資訊進行模型擬合，並且具有建模速度快、誤差相較常用迴歸分析法來得小以及對於擬合非線性模型較不耗時等優點。Kriging模型基本概念為根據樣本點所在位置與數據，對於預測目標進行空間內插的推算估計，即預測值為所有樣本的線性權重組合，其基本數學模型，如方程式(5.23)所示。

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(\mathbf{x}) f_i \quad (5.23)$$

在式(5.23)中， f_i 為已知樣本點並有 n 組樣本，欲預測的目標為 \hat{f} ，而 λ 為權重組合，隨著預測目標與樣本位置的不同而產生不同的權重，基本上當得知此組權重時，即可知道樣本與預測目標的關係，進而推估預測目標值。詳細數學模型的推導，可參考地理統計學專

書 [36]。

在知道基本Kriging方法架構後，於是我們在車輛空氣動力學系統與車體防撞性系統兩系統的設計範圍內取得模擬軟體的樣本點，並利用這些樣本點代入Kriging模型中，用來取得可以代替原本模擬軟體的反應曲面，以節省在進行子系統運算時所耗費的計算成本。在此，將利用反應曲面法於原先在車輛空氣動力學系統與車體防撞性系統中的模擬軟體替換成較簡易的數學模型，對於之後整體系統的運算流程可減少許多計算成本。

5.2.2 子系統參數與變數設定

本範例為一雙層系統，上層系統為車體美學子系統，下層子系統則為車輛空氣動力學系統、車體防撞性系統以及車輛操控穩定性系統等三子系統，如圖5.12所示，每個子系統之間透過彼此共有的資訊作一連結。

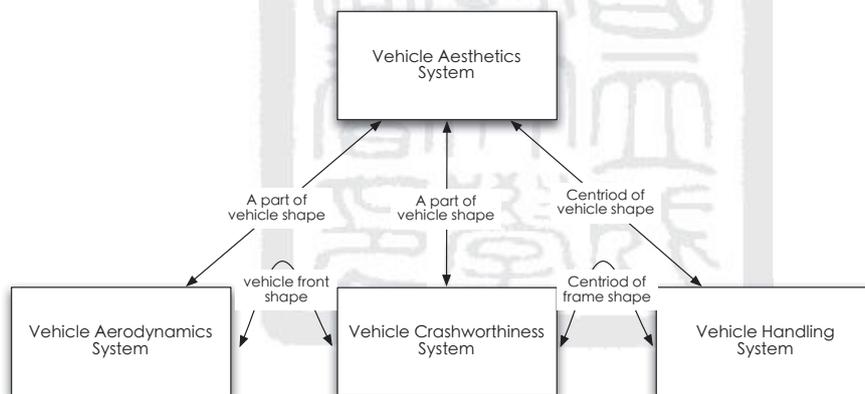


圖 5.12: 車輛系統資訊傳遞示意圖

上下層之間的連結如以下說明：

- **車體美學子系統與車輛空氣動力學系統。**

兩個子系統主要是根據外型進行設計，因此子系統之間是以彼此外型參數設計點作為連結。

- **車體美學子系統與車體防撞性系統。**

由於車體防撞性系統主要設計部分為車輛底盤與車架大小並且以正面進行碰撞測試，所以車體美學子系統與車體防撞性系統之間將利用車頭底部外型作為連結變數。

- **車體美學子系統與車輛操控穩定性系統。**

車輛操控穩定性系統是利用車架、引擎以及車體質心位置作為設計變數，而車體質心假設是與車輛外型的型心為相同的，因此車體美學子系統將根據其外型結果得到一型心位置與車輛操控穩定性系統作相連。

除了上下層之間的連結，下層子系統之間亦有互相連結的變數，子系統之間的連結如下說明：

- **車輛空氣動力學系統與車體防撞性系統。**

在兩子系統之間是利用車頭外型位置的作為相連部分。

- **車體防撞性系統與車輛操控穩定性系統。**

車輛操控穩定性系統中有一利用車架質心位置作為設計變數，因此在車體防撞性系統與車輛操控穩定性系統則是利用車架的質心位置作為連結。

根據解析目標傳遞法的變數設定，下上層系統之間的相連變數，稱之為響應變數(response variables)，而在下層三子系統之間相連變數，則稱為連結變數(linking variables)。為求解整體系統，子系統之間需達成資訊交流之目的以完成整體複雜系統的最佳化設計。

5.3 結果與討論

在本範例中，將以目前現有車型—Lexus IS350作為初始設計，並根據此車輛外型進行最佳化設計，圖5.13為經過參數化後的Lexus IS350的側面外型圖，圖中包含經過貝茲曲線參數化的引擎蓋，並且為減少設計變數自由度，於車頭、車尾的線段部分將其設為垂直線段，而車頂與車底盤部分，也同樣為減少設計變數自由度而設為水平線段，隨後根據先前章節所定義的子系統數學模型進行此次複雜系統設計。

在使用本研究方法進行範例演示前，首先，我們觀察如果將美學設計目標作為單一車輛系統設計的目標函數會呈現何種情況，也就是將先前美學系統作為主要目標函數，而其他工程系統設計作為拘束條件，將各工程子系統的目標侷限於一範圍之內即可，而非搜尋最小值，如此，將四個子系統設計問題整合為單一車輛美學系統設計問題(all in one system

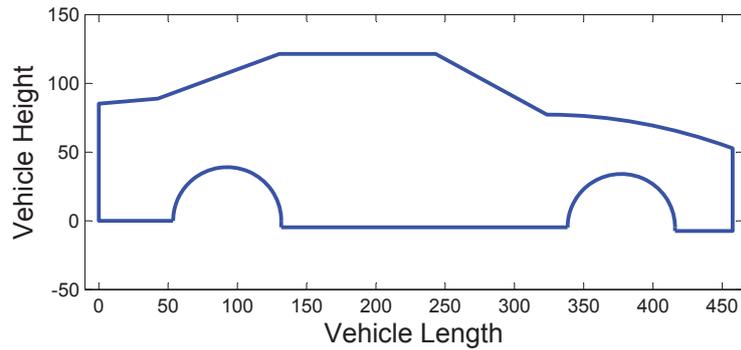


圖 5.13: 車輛系統設計範例-原始車體外型

design)。演算結果如以下圖表所示：表5.5為此單一系統的計算結果與原始設計的數值比較，圖5.14為計算後的外型與原始外型的比較圖，藍色虛線部分為原始外型，紅色實線部分為計算後的外型。

表 5.5: 單一車輛系統設計-結果比較表

	Proportionality (No unit)	Aerodynamics (No unit)	Crashworthiness (Kg)	Handling (No unit)
Original Design	3956	0.5497	88.8620	0.1169
All in One Design (function settings)	7090 (max p_{total})	0.5494 ($C_d < 0.6$)	68.1844 (Weight < 70)	$2.5e-8$ ($K < 1e-3$)

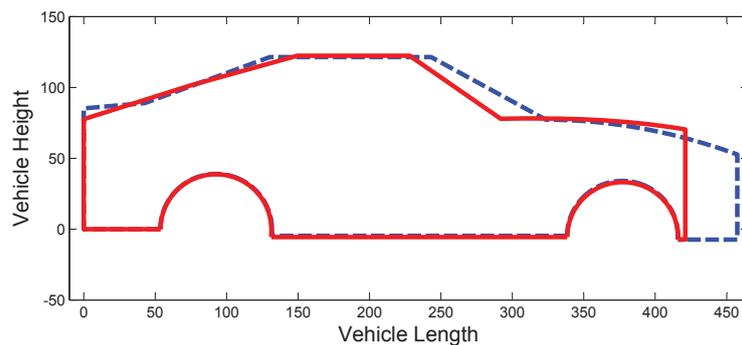


圖 5.14: 單一車輛系統設計-外型結果

從表5.5中我們可以看出在美學指標-比例量值有較大的進步，而工程系統方面，各系統的拘束也有達到要求的範圍之中。在圖5.14中，可看出計算後的外型較原始外型之長度短，並且是縮短車輛前懸長度，在車尾部位也略微削低。由於利用單一系統進行計算時，是利用美學系統作為目標函數，而其他工程系統是作為拘束條件，但是，若要同時考慮美學與工程

系統的目標，則必須使用多目標最佳化方法，由於本範例所處理的系統過於龐大，我們無法利用單一系統方法(all in one)求解出多個子系統之最佳值作為比較基準，所以在本範例中，比較基準將以解析目標傳遞法所求解的答案為主。

為了增進演示范例的效率，因此在範例中將設定系統資訊流傳遞次數，內迴圈-系統目標傳遞計算次數將限制5次，而外迴圈-拉格朗日參數更新部分將限制20次，總共100次的迭代計算，並與一般解析目標傳遞法的結果進行比較。範例中將利用本論文所提出的設計策略進行運算，並分別設定移除參數 $c = 0.1$ 、 $c = 0.3$ 、 $c = 0.5$ ，藉以觀察當 c 值提高時系統設計的結果有何變動。在每次完成“一次”系統目標傳遞後，暫緩策略將會根據子系統資訊執行，各子系統移除狀況可由圖5.15、5.16、5.17得知，在圖中橫軸為第幾次迭代，縱軸(Index)為子系統的指標，每個點表示哪個子系統元素在哪個迴圈下被移除，而縱軸為零的點則表示在此迴圈下無子系統被移除。

在範例計算迭代過程中，當 c 值使用0.1時，在整體子系統呼叫次數中總移除次數只有24次，占整體計算量6%，其最佳解與未使用暫緩策略之解析目標傳遞法相同，然而將 c 值提升到0.3時，移除次數也提升到57次，占整體子系統呼叫次數的14%，最佳解與未使用暫緩策略的解析目標傳遞法之最佳解依舊相同，嘗試將 c 值提升到0.5時，移除次數提升到80次，占整體子系統呼叫次數的20%，最佳解仍維持與原始最佳解相同。因此，當 c 值從0.1提升到0.5時，在此範例中會加強系統移除的效果並且減少整體系統的計算量，並且獲得與原始最佳解相近的答案，詳細數值如表5.6所示。另外我們可以注意到在計算過程中，空氣動力學系統完全沒有被移除過，而操控穩定性系統也幾乎沒有被移除過，主要是防撞性系統被移除次數最多，其中我們猜測此現象與子系統之間連結程度有關，由於空氣動力系統與上層美學系統所相連的變數眾多，因此耦合強度可能因此遠比另兩個系統強，所以造成空氣動力系統在計算過程中沒有被移除過。

從表5.6中，我們可以得知各個子系統經過最佳化之結果，其中以美學比例性進步最大，約有41%的成長，其次是車輛防撞性系統的車架重量和操控性系統的安定係數，共減少約27%的重量以及增加約28%的安定性，改進最少的子系統為空氣動力學系統，僅有 $1e-4$ 的改進量值，猜測造成此種情況的原因有兩種可能性，其一是原始設計的風阻已是在此模型外型設計中屬於較低量值，即使經過最佳化後，量值依然無法再改進許多，其次，可能是所建構反應曲面的極限，由於取樣或數學模型的限制使得建構出的反應曲面的最小值無法達到實際的最低點，造成計算時函數值無法取得更小的量值，因此使得最佳化的結果不如預期。

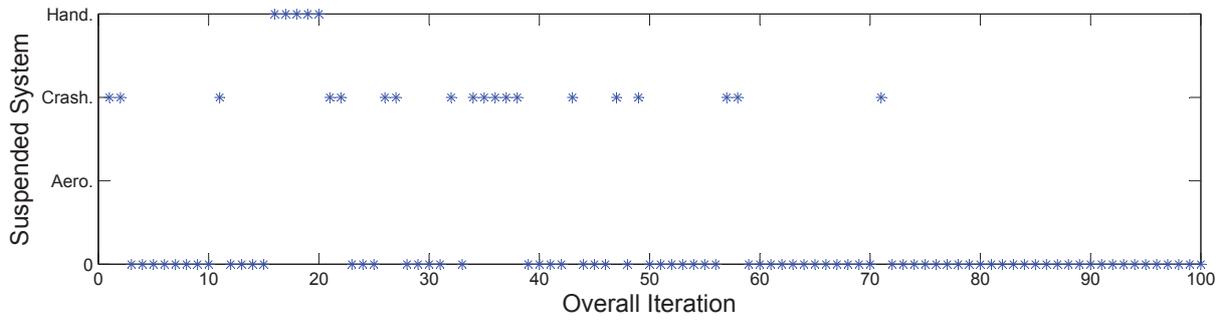


圖 5.15: 車輛系統設計範例-子系統移除歷程圖, $c=0.1$

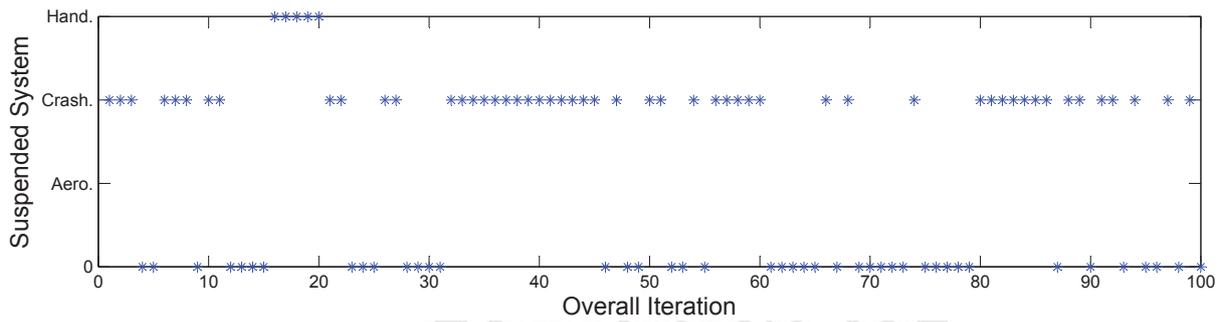


圖 5.16: 車輛系統設計範例-子系統移除歷程圖, $c=0.3$

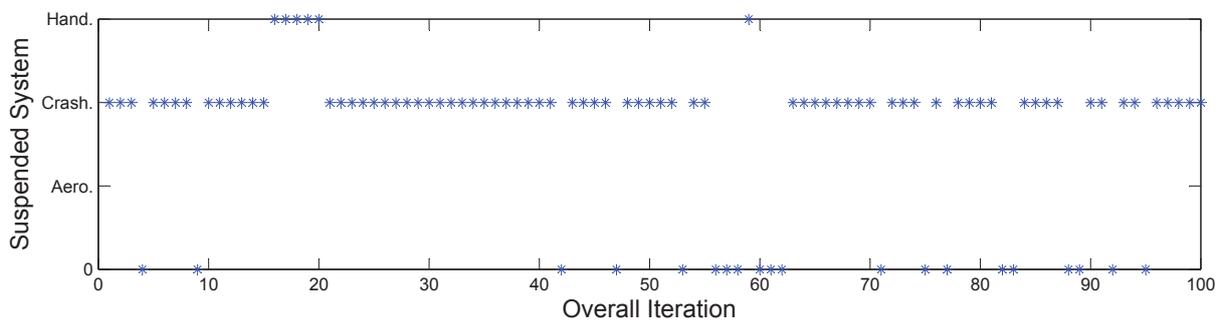


圖 5.17: 車輛系統設計範例-子系統移除歷程圖, $c=0.5$

表 5.6: 車輛系統設計範例-結果比較表

	Proportionality (No unit)	Aerodynamics (No unit)	Crashworthiness (Kg)	Handling (No unit)	Efficiency Susp./Sys. Count
Original Design	3956	0.5497	88.8620	0.1169	-
ATC					
No suspension	5585	0.5494	69.6809	0.0840	-/400
With suspension					
$c = 0.1$	5585	0.5494	69.6810	0.0840	24/400
$c = 0.3$	5585	0.5494	69.6807	0.0840	57/400
$c = 0.5$	5585	0.5494	69.6810	0.0840	80/400

接下來我們探討在範例中經過最佳化設計後外型上的改變。圖5.18可看出外型不會因為 c 值變化而改變，同時與未執行暫緩策略的外型設計結果相同，因此在本範例中暫緩策略的執行並不會對於結果產生明顯的影響，並且可以有效減少系統的運算成本。

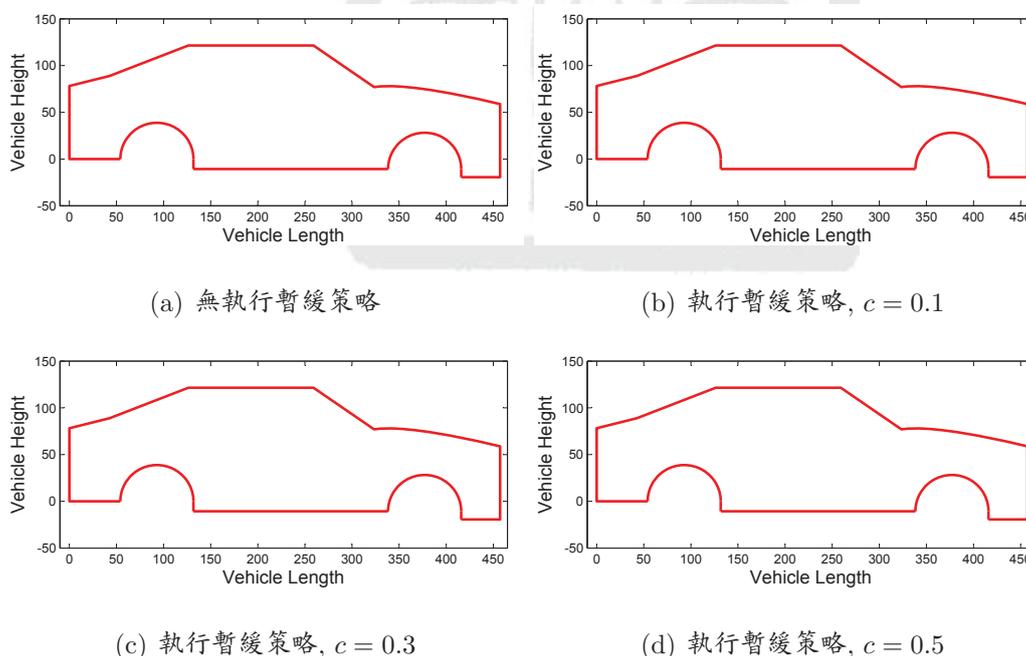


圖 5.18: 車輛系統設計範例-最佳車體外型

車輛外型在經過美學、空氣動力學、防撞性與操控性等四大設計考量後，所得外型與原始設計-IS350的外型已有相當不同之處。圖5.19為原始設計與最佳設計的車輛外型比較圖，藍色虛線部分為原始設計外型，而紅色實線部分為最佳設計外型。首先在車頭水箱護欄部分比原先設計更大，令人認為具有穩重豪華的感覺；同時在車頂部分也比原先再稍微加長，顯

得整體車輛更加穩重；另外在車輛底盤部分比原先設計更低，可有助於風阻係數的降低，並且底盤較靠近地面會使人覺得車輛外型具有速度感；我們可以注意到在車輛前、後懸長度幾乎與原先設計相同，由於設計車輛-IS350是被定義為強調運動性的車輛，因此在考量操控性系統後，前、後懸之設計幾乎不做任何更動是可被預期的；最後在車尾部分比原始設計略為削低，可以在車輛行駛中，於車輛後方所造成的真空區較小，進而使得行駛時的空氣阻力變小。

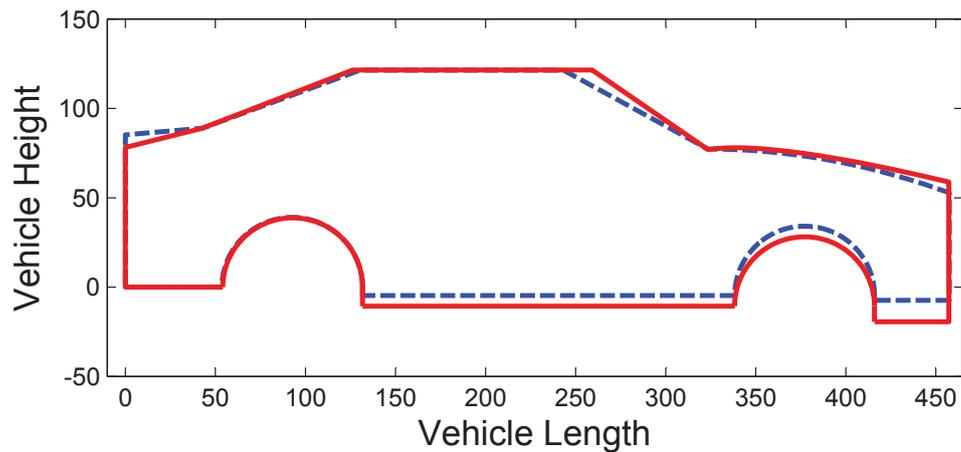


圖 5.19: 車輛系統設計範例-車體外型比較圖

在本範例的設計流程中，我們是將車體中各參數點之間的尺寸組合作為計算美學系統中比例量值的資訊，但是並不是所有的尺寸組合都是有意義的，因此所計算出的比例量值有時是不具參考意義。為了得到更完整的資訊，可以將車體外型中具有相關意義的尺寸提出，再進一步組合，以計算出具有參考意義的比例量值。

在本範例中對於美學系統的美學指標是以客觀的角度，也就是以數學的角度來定義指標，但是通常美的認知是從人的主觀發展，在設計過程中難免會與一般大眾的認知發生衝突，因此，是否能將人的認知感覺考慮進去。感性工學則提供此種可能性，感性工學(kansei engineering)是由日本學者-長町三生所提出，感性工學技術是將消費者需求的感覺意象轉化成在產品上的性質 [37]，常見的感性工學技法是利用統計問卷，建立出人對產品的感覺和意象的資料庫，藉由資料庫則可能提供人對產品的主觀資訊，並可將其整合於設計流程之中。

第六章 研究貢獻與未來方向

在本論文中，我們針對複雜系統設計流程提出改良策略方法。在此方法中，除了利用現有解析目標傳遞法本身的運算架構外，另外本研究針對整體架構的運算成本提出暫緩策略，使得子系統在具有較小的耦合強度之情況下可以暫時從運算架構中移除，進而讓整體系統計算量可大幅減少，另外對於子系統中最佳化模型計算成本，我們認為可以配合active-set策略使得子系統在拘束條件過多的情況，能夠降低最佳化過程的計算量。本研究的主要目的在於提供設計者在面對複雜系統設計問題時，能以此設計方法減少在系統設計初期的成本，並加快整體的設計流程。

6.1 研究貢獻

本論文之研究貢獻，大致可以整理以下四點：

- 提出一套能夠降低複雜系統設計成本的新策略。

根據目前現有的複雜系統設計方法-解析目標傳遞法，利用其本身的運算架構，在設計流程中加入兩種策略：暫緩策略與active-set策略，藉由此兩種策略的判斷，可以分別在系統架構中與子系統最佳化中移除掉對整體系統較無影響的子系統，以減少無意義的計算量，使得設計複雜系統的過程中能減少許多成本。

- 量化解析目標傳遞法所使用的多階層架構中子系統之耦合強度。

參考現有文獻中針對系統之間的耦合強度量化方式，將敏感度分析作為耦合強度之定義。並利用改良敏感度分析方程組在敏感度分析中加入設計變數相依性之考量，並延伸至解析目標傳遞法之多階層架構當中。

- 將提出的耦合強度作為暫緩策略執行之準則。

承上項所提出的耦合強度，藉由子系統之間的耦合強度互相比較，可以將複雜系統設計過程中移除掉無重要影響的子系統，以節省整體系統之運算成本，直到被移除子系統在運算過程中再次具有重要的影響，隨後再將子系統加回運算架構中。

- 演示一結合美學與工程之多領域工程系統設計範例。

本範例結合量化美學中的比例量值，並配合空氣動力學、車體防撞性與操控穩定性等

工程設計，考量一簡易汽車外型作為設計目標，並利用本論文所提出的複雜系統設計流程完成汽車外型設計此多領域工程系統設計範例。

6.2 未來研究方向與建議

本論文雖然針對解析目標傳遞法提出一套可降低其運算量的策略流程，但是此流程在實際運用上仍有許多不足以及可以改進的地方：

- **KKT條件函數之取得。**

在耦合強度計算中，為了取得設計變數之間相依性，我們利用最佳設計中的KKT條件，作為變數關係之函數。然而在使用KKT條件時，有幾個限制存在：首先，子系統的最佳化模型計算必須收斂，如此KKT條件才會存在；如果不幸地，子系統最佳化計算無法達成收斂，則擬定的耦合強度所需資訊不足，此次的暫緩策略則必須略過，此外，KKT條件函數中需要包含拉格朗日乘子，於某些演算法中可提供拉格朗日乘子的資訊，但是大多數的演算法則必須自行求解拉格朗日乘子，此額外的運算量有可能拖延整體系統的求解時間。因此，對於考量設計變數相依性之函數，則可考慮從其他關係式找尋。

- **非連續函數的實用性。**

在本論文中所提出的耦合強度是基於敏感度分析的計算，所以當函數是為黑盒子函數或不連續函數等不可微分函數時，就無法進行偏微分計算，進而得到耦合強度的量值，因此，對於這種狀況，我們建議可以使用反應曲面法，將那些不可微分的函數替換成一符合原函數之反應曲面，並用其來進行耦合強度的計算，但是在運用反應曲面方法時可能會因為反應曲面的特性而產生與原函數的差異，進而在運算過程中產生誤差，因此對於選用適當的反應曲面可再詳加考量。

- **耦合強度的計算量。**

雖然可以從暫緩子系統計算中，減少大量的函數計算量，然而在執行耦合強度的計算過程中，我們必須額外計算函數的偏微分量值，而這些額外的偏微分計算，則可能造成整體計算時間的增加。但是，這些需要額外計算的偏微分量值，有機會可以從各子系統的最佳化計算過程中得到，倘若能將已於最佳化過程中完成計算的偏微分量值加以利用，則進一步能有再降低整體計算時間之可能性。

- 暫緩策略中子系統之移除。

在執行暫緩策略時，是將所有進行比較之子系統中具有最小耦合強度的子系統暫緩計算，也就是在暫緩策略中一次只暫緩一個子系統，但是實際上，有時會發生多個子系統的耦合強度皆為弱小，並且彼此相差不大，這時不管移除任何一個子系統或是移除多個子系統，對於整體系統來說皆不會影響結果，因此，對於這種情況可以建議一次移除多個子系統，以取得最大計算減少量。

- 暫緩策略中參數 c 之設定。

在暫緩策略中，我們使用了一移除參數 c ，作為判斷耦合強度之間的差異程度。當 c 值越趨近於1時，則表示耦合強度之間只要有一點差異，則較小的耦合強度即被認為不重要，因此通常都將 c 值設定為遠小於1之值，以避免過多的子系統移除所造成的誤差。然而，當互相比較的子系統耦合強度皆極小，並且兩者差異也不大，此時若將 c 值設定為遠小於1，可能發生某子系統應移除卻因為比較機制過於嚴格而無法移除的情形。因此，我們建議可以根據耦合強度的大小，適時地更新 c 值。這樣可以在耦合強度的大小與差異處於極端的情況下，適當地判斷出可移除的子系統。

- 其他複雜系統設計方法的整合。

由於在執行暫緩策略時，我們是利用子系統計算後得到的資訊來計算耦合強度，進而判定哪個子系統應該被移除，因此除了在本論文中所用到的增廣拉格朗日法，只要其他複雜系統設計方法可以提供適合的子系統計算資訊，並且具有適當的階層架構，基本上，便可以將暫緩策略整合進其他複雜系統設計方法，並且在具有過多拘束條件的子系統最佳化模型中，我們亦可以使用active-set策略來減少單一子系統的運算量。

- 不確定因素之考量。

由於不確定因素的影響，常導致所設計出來的系統不如預期，常見的不確定因素可依來源分為以下幾類：

- 人為因素：製造者的技術、使用者的操作等。
- 材料因素：材料的機械性質、材料的老化速度等。
- 環境因素：所在環境的溫度、濕度等。

這些不確定因素，都會對原本設計造成影響，導致產品不如設計者或使用者預期中的功能，因此目前在許多設計中，都將不確定因素納入考量。在複雜系統設計方法中，已有許多考量不確定因素的設計方法 [14,38,39]，但是考量不確定因素將會增加整體系

統的運算量，因此可以嘗試將本論文所提出的移除策略運用至上述考量不確定因素之複雜系統設計方法。



參 考 文 獻

- [1] Oxford University Press, *Concise Oxford English Dictionary*. Oxford, UK: Oxford University Press, 2010.
- [2] J. Allison, “Complex system optimization: A review of analytical target cascading, collaborative optimization, and other formulations,” Master’s thesis, Department of Mechanical Engineering in University of Michigan, 2004.
- [3] R. Braun, *Collaborative Optimization: An Architecture for Large-scale Distributed Design*. PhD thesis, Stanford University, April 1996.
- [4] H. Kim, N. Michelena, P. Papalambros, and T. Jiang, “Target cascading in optimal system design,” *Journal of Mechanical Design*, vol. 125, no. 3, pp. 474–480, 2003.
- [5] N. Michelena, H. Kim, and P. Papalambros, “A system partitioning and optimization approach to target cascading,” in *Proceedings of the 12th International Conference on Engineering Design*, (Munich, Germany), August 24-26 1999.
- [6] N. Michelena, H. Park, and P. Papalambros, “Convergence properties of analytical target cascading,” *AIAA Journal*, vol. 41, no. 5, pp. 897–905, 2003.
- [7] N. Michelena and P. Papalambros, “A hypergraph framework for optimal model-based decomposition of design problems,” *Computational Optimization and Applications*, vol. 8, no. 2, pp. 173–196, 1997.
- [8] Y. Li, Z. Lu, and J. Michalek, “Diagonal quadratic approximation for parallelization of analytical, target cascading,” *Journal of Mechanical Design*, vol. 130, no. 5, pp. 0514021–05140211, 2008.
- [9] J. Michalek and P. Papalambros, “An efficient weighting update method to achieve acceptable consistency deviation in analytical target cascading,” *Journal of Mechanical Design*, vol. 127, no. 2, pp. 206–214, 2005.
- [10] S. Tosserams, L. Etman, P. Papalambros, and J. Rooda, “An augmented lagrangian relaxation for analytical target cascading using the alternating direction method of multipliers,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 31, no. 3, pp. 176–189, 2006.

- [11] J. Lassiter, M. Wiecek, and K. Andrighetti, “Lagrangian coordination and analytical target cascading: Solving ATC-decomposed problems with Lagrangian duality,” *Optimization and Engineering*, vol. 6, no. 3, pp. 361–381, 2005.
- [12] J. Han and P. Papalambros, “A sequential linear programming coordination algorithm for analytical target cascading,” *Journal of Mechanical Design*, vol. 132, no. 2, pp. 0210031–0210038, 2010.
- [13] K.-Y. Chan, “Sequential linearization in analytical target cascading for optimization of complex multilevel systems,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 225, no. 2, pp. 451–462, 2011.
- [14] J. Han and P. Papalambros, “An slp filter algorithm for probabilistic analytical target cascading,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 41, no. 6, pp. 935–945, 2010.
- [15] J. Sobieszczanski-Sobieski, “Sensitivity of complex, internally coupled systems,” *AIAA Journal*, vol. 28, no. 1, pp. 153–160, 1990.
- [16] C. Bloebaum, “Coupling strength-based system reduction for complex engineering design,” *Structural Optimization*, vol. 10, no. 2, pp. 113–121, 1995.
- [17] K. English, C. Bloebaum, and E. Miller, “Development of multiple cycle coupling suspension in the optimization of complex systems,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 22, no. 4, pp. 268 – 283, 2001.
- [18] S. Alyaqout, P. Papalambros, and A. Ulsoy, “Quantification and use of system coupling in decomposed design optimization problems,” in *Proceedings of the 2005 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, (Orlando, FL, USA), November 5-11 2005.
- [19] H. Fathy, J. Reyer, P. Papalambros, and A. Ulsoy, “On the coupling between the plant and controller optimization problems,” in *Proceedings of the 2001 IEEE American Control Conference*, (Arlington, VA, USA), June 25-27 2001.
- [20] J. Reyer, H. Fathy, P. Papalambros, and A. Ulsoy, “Comparison of combined embodiment design and control optimization strategies using optimality conditions,” in *Proceedings*

of the 2001 ASME Design Engineering Technical Conference, (Pittsburgh, PA, USA), September 9-12 2001.

- [21] H. Fathy, P. Papalambros, and A. Ulsoy, “On combined plant and control optimization,” in *Proceedings of the 8th Cairo University International Conference on Mechanical Design and Production*, (Cairo, Egypt), January 4-6 2004.
- [22] U. Kirsch, *Optimum Structural Design: Concepts, Methods, and Applications*. New York, USA: McGraw-Hill Book Company, 1981.
- [23] J. Allison, M. Kokkolaras, and P. Papalambros, “On the impact of coupling strength on complex system optimization for single-level formulations,” in *Proceedings of the 2005 ASME International Design Engineering Technical Conferences*, vol. 2 A, pp. 265 – 275, 2005.
- [24] P. Papalambros and D. Wilde, *Principles of Optimal Design*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2nd ed., 2000.
- [25] K.-Y. Chan, S. Skerlos, and P. Papalambros, “Monotonicity and activity set strategies in probabilistic design optimization,” *Journal of Mechanical Design*, vol. 128, no. 4, pp. 893–900, 2006.
- [26] 內政部統計處, “99年致人傷亡之道路交通事故統計,” tech. rep., 內政部統計處, 四月 2011.
- [27] G. Birkhoff, *Aesthetic Measure*. Whitefish, MT, USA: Kessinger Publishing, 2003.
- [28] H.-J. Park, *A Quantification of Proportionality Aesthetics in Morphological Design*. PhD thesis, Department of Architecture in The University of Michigan, 2005.
- [29] J. Rigau, M. Feixas, and M. Sbert, “Informational aesthetics measures,” vol. 28, pp. 24 – 34, 2008.
- [30] ANSYS, Inc., Canonsburg, PA, USA, *FLUENT*, 2009. Release 12.
- [31] 林智群, “車輛碰撞之動態反應分析,” Master’s thesis, 大葉大學機械工程學系, 2003.
- [32] 劉俊宏, “車架結構之碰撞強度分析,” Master’s thesis, 大葉大學機械工程學系, 2002.

- [33] 許自男, “汽車操控行為下之避震阻尼分析,” Master’s thesis, 雲林科技大學機械工程學系, 2005.
- [34] J. Y. Wong, *Theory of Ground Vehicles*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons Inc., 2008.
- [35] D. Krige, “A statistical approach to some mine valuation and allied problems on the Witwatersrand,” Master’s thesis, University of Witwatersrand, 1951.
- [36] P. Goovaerts, *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*. Oxford, UK: Oxford University Press, 1997.
- [37] 長町三生, 感性工學. 東京, 日本: 海文堂, 1989.
- [38] H. Liu, W. Chen, M. Kokkolaras, P. Papalambros, and H. Kim, “Probabilistic analytical target cascading: A moment matching formulation for multilevel optimization under uncertainty,” *Journal of Mechanical Design*, vol. 128, no. 4, pp. 991–1000, 2006.
- [39] M. Kokkolaras, Z. Mourelatos, and P. Papalambros, “Design optimization of hierarchically decomposed multilevel systems under uncertainty,” *Journal of Mechanical Design*, vol. 128, no. 2, pp. 503–508, 2006.

自 傳

姓名：張勝昌

Name: Sheng- Chang Chang

生日：1986年09月16日

Birthday: 1986/09/16

出生地：台灣，新北市

Birthplace: New Taipei City, Taiwan

學歷：

Educational Background：

國立師範大學附屬高級中學 (2002.09-2005.06)

The Affiliated Senior High School of National Taiwan Normal University

國立成功大學機械工程學系 學士 (2005.09-2009.06)

Department of Mechanical Engineering at National Cheng Kung University B.S.

國立成功大學機械工程研究所 碩士 (2009.09-2011.07)

Department of Mechanical Engineering at National Cheng Kung University M.S.

電子郵件：changsc@solab.me.ncku.edu.tw

Email: changsc@solab.me.ncku.edu.tw